técnica

455
associação dos estudantes do instituto superior técnico
dezembro 1979
revista de engenharia

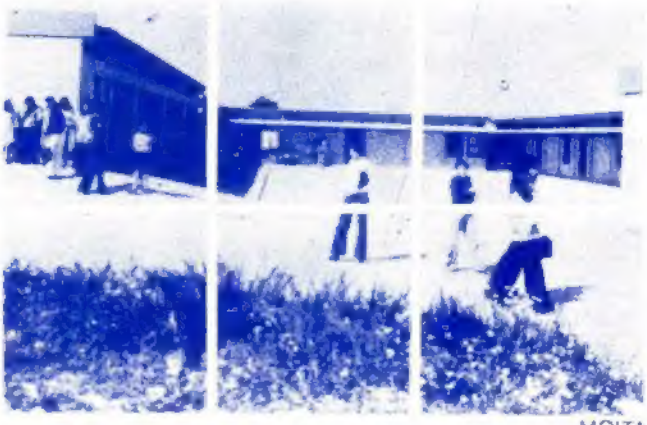
SOMAPRE

COBERTURAS
PARA TODOS OS FINS

SOMAPRE

SOCIEDADE DE MATERIAIS PREESFORÇADOS, S.A.R.L.
Av. da República, 83-2.º - tel. 76 00 45/6/7/8 - Lisboa

PRÉ-FABRICAÇÃO
em betão



MOITA

EDIFÍCIOS ESCOLARES
HABITAÇÃO SOCIAL
ESCRITÓRIOS
FÁBRICAS
MORADIAS
ETC.

materiais novobra

Fábricas em: Lisboa, Leiria, Lagos, Guarda e Moita.

Sede: Av. Est. Unidos da América, 100-5.º Dt.º — Lisboa-5
Telefones — Serviços Administrativos: 77 46 32 - 77 29 53 • Telex: 18373 NOVOBA P
Serviços Técnicos: 89 41 16/7/8 - 89 93 31/2

CONSTRUA COM CONFIANÇA - CONSULTE-NOS

Iluminação
é o nosso ofício

SCHRÉDER, S.A.R.L.

Carnaxide — Tel. 218 00 37

técnica

NÚMERO 455 DEZEMBRO 1979 ANO LIV VOLUME XLI PUBLICAÇÃO MENSAL

DIRECTOR
José Luís S. V. Azevedo

COLABORADORES
João José Águas
Sérgio Duarte Santos (F. C. Tecnologia — Coimbra)

FUNCIONÁRIOS
Jorge Graça
Fernanda Sanches

DIRECÇÃO, REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO
Av. Rovisco Pais, I.S.T.—1000 Lisboa
Telefone 88 93 23

PROPRIETÁRIO
A. E. I. S. T.

ASSINATURAS: 10 n.os

Continente e Ilhas	450$00
Países de Língua Portuguesa e Espanha	550$00
Estrangeiro	700$00 (US$15)
Número avulso ...	80$00

Encontram-se à venda na Secção Técnica, A. E. I. S. T., praticamente todos os números publicados até à data. Os preços são:

1 a 430 (inclusive) — 10$00 ex.
431 a 437 (*) — 35$00 ex.
438 a 450 (*) — 60$00 ex.
451 e seguintes — 80$00 ex.

* Excepto números duplos ou especiais.

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos autores.

COMPOSIÇÃO E IMPRESSÃO:
OF. GRÁFICAS DE RÁDIO RENASCENÇA
Rua Duques Bragança, 6 — 1200 LISBOA

SUMÁRIO

133 — The concept of electric displacement in Maxwell's electromagnetic field theory — J. F. BORGES DA SILVA.

O conceito de deslocamento eléctrico na teoria do campo electromagnético de Maxwell.

141 — A obra científica de Albert Einstein — JOÃO DE ANDRADE E SILVA.

Cientific work of Albert Einstein.

145 — Relato sucinto do II Congresso Internacional para o ensino da engenharia (Darmstadt, Outubro de 1978) — JOÃO FIGANIER.

A brief relate of the II International Congress on Engineering Teaching (Darmstadt, October 1978).

151 — Efeito de diversos parâmetros nas propriedades medidas em ensaios de tracção — M. AMARAL FORTES.

Effect of various parameters on the properties measured in tensile tests.

159 — Propriedades de transporte de gases diluídos — A. F. SILVA JOÃO, A. M. MELO ARRUDA e C. A. NIETO DE CASTRO.

Transport properties of dilute gases.

169 — A teoria dos sistemas no contexto do controlo e da comunicação — JOSÉ MANUEL FONSECA DE MOURA.

Systems' theory in the context of control and communication.

183 — Mine planning in a phosphate deposit — L. CORTEZ, F. MUGE e H. PEREIRA.

Planeamento mineiro de um depósito de fosfatos.

140 — Noticiário.

CONSELHO CIENTÍFICO

Alves, Luís de Almeida
Barros, Luís A. Aires
Calado, Jorge C. G.
Conte, J. C.
Costa, Fernando Vasco
Dias, A. Romão
Domingos, J. J. Delgado
Faro, Manuel José de Abreu
Ferreira, J. Campos
Figanier, J. P.
Garrido, M. S.
Horta, Ricardo Bayão
Loureiro, A. Pádua
Manzanares, Alberto Abecassis
Moura, Domingos
Moura, J. M. Fonseca de
Moutinho, A. M. C.
Oliveira, E. R. de Arantes e
Portela, A. Gouvêa
Quintela, António de Carvalho
Rogado, José Quintino
Santos, A. F. Ferreira dos
Serafim, J. Laginha
Simões, F. Rebelo
Silva, J. Borges da
Tavares, L. Valadares
Trindade, Rocha

ÍNDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
Aguiar & Melo, Lda.	VI
Construções Schréder	2.ª da capa
FÉRIA-SERIC, Lda.	II
Ferrominas, E. P.	I
Metropolitano de Lisboa...	V
Novobra, Lda.	2.ª da capa
Soc. Electricidade Brown Boveri	III
Soc. Portuguesa Cavan	II
SOMAPRE	2.ª da capa
Sopecate	II
SOREFAME — Soc. Reunidas de Fabricações Metálicas, SARL...	3.ª da capa
TUDOR	VIII
YTONG PORTUGUESA	IV

Colaboram neste número as seguintes Agências de Publicidade: HORA e LATINA.

Av. Visconde Valmor, 76-1.º - Tel. 766014 (7 linhas) Lisboa-1

ESPECIALISTA DESDE 1947

sopecate

ESTUDOS
GEOTÉCNICOS

FUNDAÇÕES
ESPECIAIS

RUA DO ARSENAL, 146-2º
TELFS. 320208 · 360437 · 364010
LISBOA

Ventilação
de Edifícios
Ventilação Térmica
FÉRIA
(tipo shunt)

Com aprovação do
Laboratório Nacional
de Engenharia Civil
Câmara Municipal de Lisboa
Batalhão de Sapadores
Bombeiros
Direcção-Geral de Saúde

Exija o documento
de viabilidade de
utilização do L.N.E.C.

Consulte o Art.º 87 § 2
e Art.º 110 §§ 2 e 3
do R.G.E.U.

Viver
é Respirar!

FÉRIA SERIC
Rua S. Sebastião da
Pedreira, 108 1.º
Tels. 54 93 81 57 69 77
Consulte o nosso
Gabinete Técnico

JÁ À VENDA

M. de ABREU FARO

PROPAGAÇÃO E RADIAÇÃO DE
ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

1 ONDAS E
MEIOS MATERIAIS

PREÇO: 560$00

DESCONTO:
10 % aos Assinantes

PEDIDOS À TÉCNICA

MONCORVO
fonte de progresso

A FERROMINAS quer fazer
do minério de Moncorvo
um pólo de desenvolvimento económico.
Uma riqueza para o Nordeste Transmontano.
Uma fonte de progresso para todo o País.
O ferro de Moncorvo
é uma das chaves do nosso futuro.
Uma base de independência económica.
A Natureza privilegiou Moncorvo.
Cabe ao Homem saber aproveitar essa riqueza.
A FERROMINAS quer ajudar.

FERROMINAS.EP

LATINA

técnica

NÚMERO 455 DEZEMBRO 1979 ANO LIV VOLUME XLI

The concept of electric displacement in Maxwell's electromagnetic field theory(*)

J. F. BORGES DA SILVA
Doutor-Eng.º
Prof. Extr. I. S. T.

ABSTRACT

Based on Maxwell's own account in his celebrated Treatise on Electricity and Magnetism, an attempt is made to follow the physical reasoning leading to the concepts of Electric Displacement and its associated Displacement Current. These concepts played a decisive role in the formulation of Maxwell electromagnetic field laws, which still stand today, more than a century after their discovery, as one of the greatest achievements of theoretical physics.

The circunstance of it being found that some key assumptions, fundamental to the genesis of the theory, are no longer tenable in the light of more recent knowledge, is an interesting phenomenon for historians and philosophers of science to ponder.

RESUMO

Baseados no relato do próprio Maxwell no seu célebre Tratado da Electricidade e Magnetismo, faz-se uma tentativa de seguir o raciocinio fisico que conduziu aos conceitos de Deslocamento Eléctrico e da Corrente de Deslocamento que lhe está associada. Estes conceitos desempenharam um papel decisivo na formulação das leis de Maxwell do campo electromagnético, que se mantêm ainda hoje, mais de um século depois da sua descoberta, como uma das grandes conquistas da física teórica.

A circunstância de se verificar que algumas hipóteses chave, fundamentais para a génese da teoria, já não são sustentáveis à luz de conhecimentos mais recentes, constitui um fenómeno interessante para os historiadores e filósofos da ciência ponderarem.

1 — INTRODUCTION

This paper is being written on the passage of the first centennial of the death of James Clerk Maxwell (1831-1879), the eminent 19th century physicist whose name is well known to the many of us in electrical engineering who have become acquainted with what was perhaps his greatest achievment in theoretical physics, the laws of the electromagnetic field.

The introduction of the Electric Displacement concept was a decisive step in the development of this theory. It was in effect a highly speculative hypothesis at the time and its formulation reveals Maxwell's bold genius at its best.

An account of Maxwell's theory on the subject is offered below to the readers, having specially in mind all those who feel inclined to go beyond standard textbook presentations and seek at the source for some deeper insights.

2 — THE EQUATIONS IN MAXWELL'S TREATISE

In Maxwell's Treatise on Electricity and Magnetism, first appeared in 1873, the equations summing up his laws of the electromagnetic field can be found under Art. 619) at the end of Chapter IX which bears the title «General Equations of the Electromagnetic Field» (1).

For the reader's convenience, the equations will be reproduced here using symbols and mathematical notations in common use today in the scientific and engineering litterature. The rationalized MKSA system of units has also been adopted throughout for the same reason.

This mode of presentation introduces some slight modifications in the original form of the equations, but none of substance. As a matter of fact Maxwell made use of mathematical notations derived from Hamilton's Calculus of Quaternions that enabled him to state his results in a condensed form quite similar to the operator notation of modern vector analysis. As to units, Maxwell

(*) Publicação do Laboratório de Medidas Eléctricas do I. S. T. O Autor faz parte do Centro de Electrotecnia da U. T. L. subsidiado pelo I. N. I. C.

(1) Quotations from the Treatise refer to its 3rd edition of 1892, (See item [1] under References, at the end of the paper). To facilitate location, the article number will be given as above.

used the c.g.s. electromagnetic system which is based on the same physical principles as the MKSA now in current use, differing only in the size of the units adopted, a circunstance of no consequence for the theory.

For the purposes of discussion, the equations may be conveniently grouped into three sets. The first set summs up in mathematical language Faraday's interpretation of magneto-electric induction experiments as stated in his Experimental Researches in Electricity **[2]** in the descriptive non-mathematical style characteristic of all his writings.

Maxwell quotes abundantly from Faraday's work, giving him full credit for the underlying physical ideas. Stated in differential form, Maxwell laws of magneto--electric induction are, (1)

$$\mathbf{B} = \text{curl } \mathbf{A} \tag{1}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{V} \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \psi \ . \tag{2}$$

In the above equations it should be remarked that inductive effects arising from motion in a magnetic field have been taken into account through inclusion of the $\mathbf{V} \times \mathbf{B}$ term in equation (2).

The second set of equations deals with electro--magnetic phenomena and expresses the relationship between electric currents and their associated magnetic fields. As given by Maxwell in differential form they are,

$$\mathbf{C} = \text{curl } \mathbf{H} \tag{3}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{4}$$

$$\rho = \text{div } \mathbf{D} \tag{5}$$

If the displacement current term $\partial \mathbf{D}/\partial t$ is left out in the above equations, (3) would reduce to,

$$\mathbf{J} = \text{curl } \mathbf{H} \tag{6}$$

which is a suitable description of the relationship existing between **stationary** conduction currents and magnetic fields, underlying the phenomena discovered by Oersted and further investigated by Ampère, Faraday and others before Maxwell. On the other hand, the electric displacement $\mathbf{D}$ and its associated electric displacement current $\partial \mathbf{D}/\partial t$ were introduced by Maxwell on pure theoretical grounds, consistent with his views regarding the nature of dielectrics and without any support on experimental evidence.

Finally the third set of equations, the so called constitutive relations, allow the magnetic, electric and conductive properties of the medium to be expressed as relations between appropriate vector pairs appearing in the theory. For linear isotropic media they are written as,

$$\mathbf{D} = \varepsilon \ \mathbf{E} \tag{8}$$

$$\mathbf{B} = \mu \ \mathbf{H} \tag{8}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \ \mathbf{E} \tag{9}$$

where the characteristic constants of the medium ε, μ and σ were to be found by experiment.

3 — THE EQUATIONS IN MODERN USAGE

In modern textbooks, one usually would find Maxwell equations written in a slightly different form from the one given above. One would find for the first set,

$$\text{curl } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{10}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \tag{11}$$

and for the second set,

$$\text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{12}$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \tag{13}$$

$$\text{div } \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{14}$$

Compared with the equations in the Treatise, we find that equation (10) is equivalent to the statment of (1) and (2), provided the $\mathbf{V} \times \mathbf{B}$ term is left out of consideration and the vector potential $\mathbf{A}$ is eliminated. Equation (10) therefore applies only to bodies at rest. A suitable theory of the electrodynamics of moving bodies had to await the formulation by Einstein in 1905 of his famous relativity theory **[3]**. However, with a proper interpretation, the $\mathbf{V} \times \mathbf{B}$ term in sufficient to handle the majority of engineering problems involving motion in a magnetic field at a speed very small compared with that of light in empty space. In the second set, equations (12) and (13) are obviously equivalent to (3), (4) and (5) taken together. The remaining equations (11) and (14) are given for the sake of completness, as they may be shown to be direct consequences of the other equations in the same set, since the curl operator always yields a field of zero divergence (2). Equation (14) is the so called equation of continuity and expresses the law of conservation of electric charge, with a volume density given by ρ and a density of fow given by $\mathbf{J}$.

(1) See Appendix 1, for the meaning of symbols.

(2) Actually, equation (10) implies only that div B is constant with time. However, if at any time past or future B has been or will become zero, the appropriate value for the constant is seen to be zero for all time.

4 — THE PROBLEM OF «OPEN CURRENTS»

As pointed out above, before Maxwell, knowledge about magnetic fields arising from electric currents was limited to the stationary case to which equation (6) applies. This restricts the theory to current fields having the property,

$$\text{div } \mathbf{J} = 0 \tag{15}$$

A closed conducting path must be provided for such currents to flow. In non-stationary situatons however, conduction currents do not necessarily have to flow around a closed conducting path. If charge distributions are allowed to vary with time, equation (14) tells us that the corresponding current fields wil no longer be divergenceless fields. To these «open currents» equation (6) cannot be applied in order to find the corresponding magnetic field, an extension of the theory was obviously required but there was no experimental evidence to indicate the direction in which it should take place.

The process of charging and discharging a condenser, as shown in Fig. 1, will serve as an example to elucidate this point.

As is well known, if switch S is alternately thrown into positions 1 and 2, a transient current i will flow in the wires leading to the condenser plates, charging and discharging the condenser. Although we find at all instants equal current intensities to be flowing in the wires leading to plate A and from plate B, no current actually flows across the dielectric from A to B.

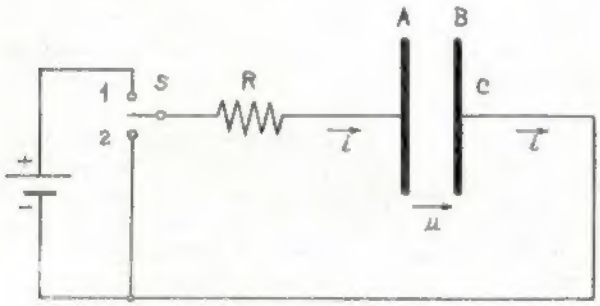


FIG. 1

Open currents in the process of charging and discharging a condenser

Instead, when the condenser is being charged, the flow lines of **J** terminate at the surface of plate A where positive charge is accumulating and lines in equal numbers start at the surface of plate B where a symmetric charge distribution is building up at the same time. The flow is therefore open at the dielectric.

To answer the question of the magnetic field to be associated with open current fields, Maxwell introduced a new concept, that of displacement current in a dielectric. The latter is to be added to the conduction current to give the total current **C** according to equation (4). The total current **C** should then replace the conduction current **J** in the equation for the magnetic field (3). The important point to notice is that the relation between charge density ρ and electric displacement **D** gievn by (5) will ensure, under all circunstances,

$$\text{div } \mathbf{C} = 0 \tag{16}$$

as is required by equation (3) to be meaningful. The total current field **C**, which includes both the conduction currents and the displacement currents, is therefore a closed current field under all circunstances.

With this highly speculative idea, the key had been found to the complete understanding of electromagnetic phenomena. Before describing its genesis, the major consequences of its discovery will be briefly mentioned.

5 — THE ELECTROMAGNETIC FIELD IN EMPTY SPACE

The introduction of the displacement current term in the fundamental equations had some far reaching consequences for the theory. These are best appreciated by considering the field equations for a dielectric medium where, by definition, **J** vanishes everywhere. The fundamental pair formed by equations (10) and (12) becomes,

$$\begin{aligned} \text{curl } \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{curl } \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \tag{17}$$

bringing out at once the remarkable symmetry between the electric and magnetic quantities that characterize an electromagnetic field. This symmetry is even rendered more clear if we eliminate **B** and **D** with the help of the constitutive relations (7) and (8) to obtain,

$$\begin{aligned} \text{curl } \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \text{curl } \mathbf{H} &= \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned} \tag{18}$$

In the above equations it is clearly seen that the displacement current term $\varepsilon\, \partial \mathbf{E}/\partial t$ in the second equation is the counterpart of the $-\mu\, \partial \mathbf{H}/\partial t$ in the first, so that as it had been known, since Faraday's experiments on magneto-electric induction, that a time variable magnetic field gives rise to an electric field, so it was now recognized that a time variable electric field would similarly give rise to a magnetic field. The recognition of this fact is the most important consequence of Maxwell's hypothesis regarding electric displacement in dielectrics.

As he went on to show, the set of equations (18) admits non-trivial solutions in the form of transverse electromagnetic waves that will propagate in an homogeneous dielectric medium with the characteristic velocity,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \tag{19}$$

By an homogeneous dielectric one may understand a portion of space filled with an homogeneous non-conducting substance or empty space itself.

Agreement for empty space and a few non-conducting substances between c evaluated with the help of (19), using values for ε and μ obtained by static measurements, with the experimental value of the velocity of light in the same media, prompted Maxwell to assert that the transverse waves postulated by Young and Fresnel, in their highly successful theory of optical phenomena, were in effect electromagnetic waves.

With this bold hypothesis the road became open to much of what came to be known as modern physics. The electric displacement concept, through its many consequences, may well be said to have triggered the advent of a new era in the physical sciences.

6 — THE EXPERIMENTAL CONFIRMATION OF MAXWELL'S THEORY

The displacement current term was the last to find its way into the general theory of electricity and magnetism. Contrary to the other terms, theory preceeded experiment in its discovery. This was no accident considering the difficulties confronting an experimenter attempting to find evidence for its existence. We may note in the first place that a time derivative being involved, a dynamic experiment is required to bring out any effects connected with the displacement current. In contrast, the magnetic field arising from a stationary conduction current can be easily observed in static experiments and seems to have been first discovered by chance. At first sight, a simple quasistationary experiment involving slowly varying fields, conceived along the lines of Fig. 1, for instance, would seem appropriate. However, on closer examination it is found that to obtain a sizable current with a slowly varying voltage of reasonable proportions a large capacity would be required. The displacement current will then only exist in a very thin dielectric layer between the condenser plates. It would be next to impossible to distinguish any peculiar effects due to the displacement current from those associated with the conduction current in the wires and condenser plates. The experimental conditions regarding the displacement current are indeed quite different from those faced in magneto-electric induction experiments, which also involve a time derivative, but can be performed with slowly varying magnetic fields that are readily available from permanent magnets and simple electromagnets. Such experiments were performed by Faraday at an early date using very simple apparatus **[2]**.

In the hope of detecting effects due to the displacement current one is only left in the end with experiments involving rapidly varying electric fields in a dielectric. Such experiments however, are bound to call into play, by the very nature of the electromagnetic field laws, the whole dynamics of the phenomenon. The effects of the displacement current cannot be appreciated in isolation, the experiments will be actually experiments in electromagnetic waves. It is therefore difficult to conceive that such delicate researches could have been undertaken and their results correctly interpreted without the guiding hand of theory. A theoretical genius had to arise first to advance the right hypothesis and thereby show the way to the experimenter. Even then, it took the work of another genius, H. Hertz ([1]), to devise, perform and correctly interpret the experiments required to provide the proof of Maxwell's theory.

7 — THE ELECTRIC DISPLACEMENT IN MAXWELL'S TREATISE

On reading the Treatise, the first hint bearing on the subject appears very early at the close of Art. 37), where various theories of «electricity», current at the time, are critically appraised by Maxwell:

> «...For my own part, I look for additional light on the nature of electricity from the study of what takes place in the space intervening between the electrified bodies...»

Electricity was at the time the name given to something that made itself apparent in electrified bodies, that is to say, bodies with a non-zero net electric charge. This «something» was vaguely conceived to be in the nature of one or two fluids according to different theories. Electricity, whatever it was, was assumed to be capable of flowing in conductors, giving rise to electric currents. Insulators or dielectrics on the contrary impeded such flow.

The importance of the opinion expressed above consists in its drawing the reader's attention to the dielectric and not to the electrified bodies themselves, for a proper understanding of the nature of electricity. This opinion is in line with Faraday's thinking concerning the replacement of action-at-a-distance concepts by mutual actions of contiguous elements in the intervening medium, to which Maxwell adhered.

To learn about Maxwell ideas concerning electricity in dielectrics, it is only necessary to read a few paragraphs under the title «Plan of this Treatise» where the main features of the theory are described before its mathematical development is undertaken.

In Art. 60) the subject of electric polarization is introduced as follows:

> «...The electric polarization of an elementary portion of a dielectric is a forced state into which the medium is thrown by the action of electromotive force ([2]), and which disappears when that force is removed. We may conceive it in what we may call

([1]) Heinrich Hertz (1857-1894). The experiments on electromagnetic radiation were performed in 1888 and 1889. The results bearing on Maxwell's theory were reported in 1889, (See item **[4]** under References, at the end of the paper).

([2]) The line integral of the electric field between two points, i.e. the voltage, in the crude terminology of engineering.

an electric displacement, produced by the electromotive intensity...» (1)

Further characterization of this displacement follows:

«...The amount of the displacement is measured by the quantity of electricity which crosses unit of area, while the displacement increases from zero to its actual amount. This therefore is the measure of electric polarization...»

From the passages above we therefore learn that dielectrics are conceived as a seat for electricity; that under the action of an electric field they assume a polarized state which consists in a displacement (2) of that electricity; that this state is reversible and that the displacement in a given direction is to be measured by the electricity per unit area displaced in that direction, the displacement being therefore a vector quantity.

It is explained elsewhere that electricity in a dielectric is supposed to be restrained by elastic forces. Under the action of forces produced by an applied electric field, a finite displacement results when these forces come into an equilibrium with the restraining forces. Removing the field, the latter return the dielectric to the unpolarized state.

Consistent with these views, in a linear isotropic medium the electric displacement is considered to be proportional to the electric field as in (7), the constant of proportionality being called the specific inductive capacity or dielectric constant of the medium.

On the other hand, in conductors the restraining forces are supposed to be absent, so that under the action of a steady electric field a steady flow of electricity is produced in a conductor instead of only a finite displacement as is the case for a dielectric.

To render his theory more clear, Maxwell describes the process of charging a condenser, as might take place in the circuit of Fig. 1. Assuming the condenser is being charged with a quantity of electricity Q, the resultant electric displacement is described as follows in Art. 60).

«...The amount of this displacement, as measured by the quantity of electricity forced across an imaginary section of the dielectric dividing it into two strata, will be according to our theory exactly Q...».

Then, the main conclusions follow:

«...It appears, therefore, that at the same time that a quantity Q of electricity is being transfered along the wire from B towards A (See Fig. 1) so as to cross every section of the wire, the same quantity of electricity crosses every section of the dielectric from A towards B by reason of the electric displacement.

The displacement of electricity during the discharge of the accumulator (3) will be the reverse of these...».

«...Every case of charge or discharge may therefore be considered as a motion in a closed circuit...»,

«...not only in the voltaic circuit (4) where it has always been recognized, but in those in which electricity has been generally supposed to be accumulated in certain places ...»

and further on, in Art. 61)

«...the motions of electricity are like those of an incompressible fluid, so that the total quantity within an imaginary fixed closed surface remains always the same.»

With the assertions above, a decisive property of electric displacement has been established, namely that the quantity of electricity passing out of a closed surface due to displacement in the dielectric is exactly equal to the quantity of electricity that was made to enter the same surface by means other than electric displacement. Therefore if we take a closed surface S_V, as shown in Fig. 2 enclosing plate A of the condenser that has been charged with the quantity of electricity Q, the displacement in the dielectric will be such as to make,

$$\int_{S_V} \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \, dS = Q$$

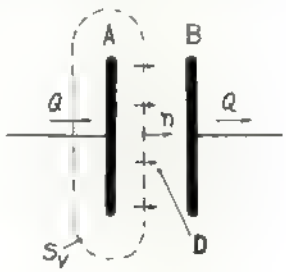


FIG 2

Electric displacement in the dielectric surrounding a condenser plate

and if this be true for every closed surface, then

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho$$

where ρ is the volume density of electricity at a given point in space.

To a correct understanding of Maxwell's theory it is important to notice that «electricity» is being used with two different meanings that we might call the restricted and the global meaning of the word.

In the restricted sense, as it applies to the quantities Q and ρ, electricity is the amount of charge within a certain closed surface that moved across the surface by means other than electric displacement, as for instance by conduction along a wire. This is the electricity that «...has been generally supposed to be accumulated in certain places ...» to which Maxwell refers. It is therefore electricity in the usual sense of the word.

(1) The same as electric field strength
(2) To be taken litteraly as a change of place, a movement.
(3) The designation given to a condenser
(4) A circuit comprising ohmic resistance and a battery.

In the global sense, account is also to be taken of the electricity assumed to exist in dielectrics and which can be displaced under the action of an electric field. It includes therefore electricity in the restricted sense as well as the electricity residing in dielectrics. The laws of electric displacement then imply that electricity in the global sense must behave as an incompressible fluid, its quantity within a given volume being always the same. What goes in (restricted sense) comes out in the form of displacement through the surface.

In so far as **J** measures the flow of electricity in conductors, it applies to electricity in the restricted sense. On the other hand the total current,

$$\mathbf{C} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

measures the flow of electricity in the global sense and therefore applies in every situation. Furthermore, taken in this sense electricity behaves as an incompressible fluid: therefore we have also,

$$\text{div } \mathbf{C} = 0$$

Although arising from different processes, the conduction and the displacement term in the total current **C** are regarded as being of one and the same physical nature. The point is made quite clear in the following passage from Art. 62):

> «...whatever electricity may be, and whatever we may understand by the movement of electricity, the phenomenon which we have called electric displacement is a movement of electricity in the same sense as the transference of a definite quantity of electricity through a wire is a movement of electricity ...»

Once these views are accepted, it becomes obvious that the total current **C** should replace the conduction current **J** in (6), leading to the general law of electro-magnetic phenomena,

$$\text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

as it came to be accepted.

9 — THE ELECTRIC DISPLACEMENT FROM THE MODERN POINT OF VIEW

From a modern point of view, what is bound to strike as most peculiar in Maxwell's theory of the electric displacement is the circumstance of its being used indistinctly for material dielectrics and for a vacuum. In this regard it is however important to remember that in 19th century thinking a vacuum was not at all conceived as empty space. That this was also true of Maxwell's thinking is easily deduced from a remark concerning the dielectric strength of a vacuum, which appears in Art. 51):

> «...A vacuum, that is to say, that which remains in a vessel after we have removed everything we can remove from it is therefore an insulator of very great electric strength...»

As a matter of fact, physical theories of the time, like the wave theory of light of Young and Fresnel, seemed to require the existence of an all pervading medium, the so called luminiferous ether to carry the waves through space. Theories of electricity and magnetism that tended to replace action-at-a-distance by actions between contiguous elements in the intervening medium, like the Faraday-Maxwell theory, pointed in the same direction. Considered in the above context, Maxwell's assumption of a physically real displacement of electricity in a vacuum looks quite natural. After all not much was known at the time about either matter or what remained in its absence, that could guide any speculations about their nature. Atomic physics with its mode of matter as a material particle aggregate in empty space was still in the future.

Today, however, empty space is conceived as really empty, no such thing as a displacement of electricity can be imagined to take place in it. Notwithstanding Maxwell equations for empty space remain valid, our faith in their truth being based on the successful testing by experiment of their many consequences. The validity of models that may have been used to arrive at their formulation becomes therefore irrelevant, in particular no «explanation» of the displacement current term in empty space is attempted in terms of an actual displacement of anything.

Yet, Maxwell's idea is not far from the mark when material dielectrics are considered. As a matter of fact material dielectrics become polarized under the action of an electric field, and this polarized state can be described in exactly the same terms Maxwell conceived. The positive and negative particles that go into the composition of all matter, are in effect displaced from the positions they assume in the neutral state by virtue of the forces exerted by the electric field and the net displacement of electric charge, which is a measure of the degree of polarization, is represented by a new vector **P** called the electric polarization vector [1].

As a concept, the electric polarization vector is thus seen to correspond to the electric displacement in Maxwell's theory. Accordingly, if the degree of polarization varies with time, the time derivative of **P** represents likewise a current density in the dielectric to be considered on the same footing with the conduction current **J** in a conductor.

To arrive at the corresponding equation relating electric and magnetic phenomena one must start with the empty space equation,

$$\text{curl } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

[1] It may be shown that **P** also represents the volume density of dipole moment arising from polarization.

which is regarded as a fundamental property of electromagnetic fields. Then, in the presence of electrically polarizable matter and conductors, the corresponding current densities are added on the right side of the equation above to give,

$$\text{curl } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J} \qquad (20)$$

For linear isotropic media **P** and **J** are taken proportional to the electric field intensity, these relations being usually written,

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 K_e \mathbf{E} \qquad (21)$$

where K_e is an adimensional constant characteristic of the medium and called its electric susceptibility, and

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

as before

For the sake of simplicity, the original form of equation (20) is to be preserved as it was originally given in (12) To this end Maxwell's displacement vector is henceforth defined as,

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad (22)$$

which immediately allows (20) to be written as in (12)

To handle the interaction of the electric field with dielectric media one has therefore the option of using P and K_e, or **D** and ε for its description In the latter case we get, eliminating **P** from (22) with the help of (21),

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + K_e) \mathbf{E}$$

The dielectric constant is then found to be related to the susceptibility by

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + K_e) \qquad (23)$$

One last point deserves our attention To be meaningful, the right side of equation (20) must have zero divergence under all circunstances. Now, the polarization and conduction currents are not closed currents in the general case, therefore the empty space term $\varepsilon_0 \, \partial \mathbf{E}/\partial t$ must compensate appropriately This requirement is satisfied by setting,

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\rho + \rho') \qquad (24)$$

where,

$$\rho' = -\text{div } \mathbf{P} \qquad (25)$$

is the volume density of the charge distribution arising from the displacement of electricity within the dielectric as a result of its becoming polarized, the so called polarization charge density.

Using the continuity of ρ given by (14), it can be immediatly proved with the help of (24) that,

$$\text{div } (\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J}) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \text{ div } \mathbf{E} - \rho' - \rho) = 0$$

According to (24), the divergence of the electric field is seen to arise indistinctly from charge distributions ρ and ρ', supposed to exist in free space. Charge distribution ρ, the so called true charge, corresponds to electricity in the restricted sense as used above in connection with Maxwell's theory. Charge distribution ρ' is a consequence of polarization and is of the same essence as ρ in that it results from the charge associated with material particles It differs however in the fact that it remains bound to the material structure of the dielectric being only the result of the rearrangement of those particles under the action of an electric field

Neither ρ nor ρ' behave as incompressible fluids and the same applies to their joint distribution. Electricity taken in the global sense of Maxwell's theory has no role in this picture since it is associated with the idea of an actual displacement of electricity in empty space that no longer fits modern views about space in the absence of all matter

9 — CONCLUSIONS

Going beyond experimental evidence available at the time, Maxwell assumed dielectrics to be the seat of electricity that could be displaced under the action of electric fields and against restraining forces of an elastic nature.

This assumption made possible the interpretation of a time variable electric displacement in a dielectric as the equivalent of ordinary conduction currents in conductors, the relations between these two currents being such as to allow conceiving all motions of electricity as closed currents as if it were an incompressible fluid

By having this generalized concept of electric current replace ordinary conduction currents in Ampère's law, the most general form of the relationship between currents and magnetic fields was discovered and with it the statment of the general laws of the electromagnetic field became possible for the first time.

According to modern views, Maxwell's electric displacement vector involves two terms (22). The first term ε_0 **E** regards the empty space situation and is no longer interpreted as a displacement of electricity Its associated displacement current in empty space is considered a manifestation of the electric field itself The second term is represented by the polarization vector **P** and regards the result of the interaction between electric fields and polarizable matter. This polarization term can be interpreted as arising from a displacement of electricity as Maxwell conceived it, and its associated current therefore, as an actual movement of electricity of the same nature as occurs in conduction.

The closed character of Maxwell's total current **C** manifests itself only if the empty space part of the electric displacement is taken into account, therefore the conduction and polarization currents by themselves alone do not form in general a system of closed currents. Their corresponding joint charge distribution $\rho + \rho'$ does not as a consequence behave as an incompressible fluid. Maxwell's concept of electricity as an incompressible fluid with a density of flow given by the total current **C**, has no correspondence in physical reality as currently conceived.

Notwithstanding, Maxwell laws remain valid as he wrote them, only with a different interpretation of the meaning of some of its terms. Our faith in their correctness, as for any other fundamental laws of physics, stems from the possibility of testing by experiment all the consequences derivable from them. Maxwell laws for bodies at rest have withstood, since Hertz early radiation experiments, the most stringent tests. The circumstance of it being found that some concepts used to arrive at their formulation need revision in the light of more recent knowledge, should in no way detract from our admiration for the genius who, by inventing them, mastered the often tortuous paths leading from ignorance to knowledge.

10 — REFERENCES

[1] **James Clerk Maxwell** — *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Vols. 1/2 3rd edition, Oxford University Press 1892. Reprint by Lowe & Brydone, London 1955.

[2] **Michael Faraday** — *Experimental Researches in Electricity*, Vol. 1 (1839), Vol. 2 (1844) and Vol. 3 (1855). Reprint by Dover, New York 1965.

[3] **Albert Einstein** — *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik, Vol. 17, 1905. Reproduced in english translation in «The Principle of Relativity», W. Perret and G. B. Jeffery, Methuen 1923. Reprint by Dover, New York.

[4] **Heinrich Hertz** — *Die Kräfte elektrischer Schwingungen behandelt nach der Maxwellschen Theorie*, Annalen der Physik, Vol. 36, 1889. Reproduced in english translation in *Electric Waves*, D. E. Jones, McMillan 1893. Reprint by Dover, New York 1962.

APPENDIX 1

Meaning of symbols used in the text:

VECTORS

A ..... **Vector potential of the magnetic field**
B ..... **Magnetic induction**
C ..... **Total current density**
D ..... **Electric displacement**
E ..... **Electric field**
H ..... **Magnetic field**
J ..... **Conduction current density**
P ..... **Electric polarization vector**
V ..... **Velocity**

SCALARS

i ..... Current intensity
K_e ..... Electric susceptibility
Q ..... Quantity of electricity.
t ..... Time
u ..... Voltage
ε, ε_0 ..... Dielectric constant. Free space value.
μ, μ_0 ..... Magnetic permeability. Free space value.
ψ ..... Scalar potential.
ρ ..... Volume density of electric charge
ρ' ..... Volume density of polarization charge.

NOTICIÁRIO

LANIFÍCIOS PERANTE A ADESÃO À CEE — TEMA DE COLÓQUIO NA COVILHÃ

Preparar os lanifícios para a adesão à CEE, foi o tema do colóquio que a Comissão para a Integração Europeia efectuou de 28/1 a 2/2-1980 na Covilhã. Participaram no encontro Bartolomeu Monteiro, subdirector-geral das Industrias Transformadoras Ligeiras e ainda Vítor Martins e Chaves Rosa, representantes do MIT e do MCT na referida Comissão.

Esta iniciativa insere-se na campanha informativa à escala nacional que avançou em Junho passado e se destina a abordar, junto dos agentes económicos do país, as questões de carácter económico susceptíveis de sofrerem alterações com a adesão de Portugal ao Mercado Comum.

(Informação do «Expresso», de 2-2-1980)

(Continua na pág. 140)

A obra científica de Albert Einstein (*)

JOÃO DE ANDRADE E SILVA (**)

Ensina-nos a história da cultura que os grandes criadores só surgem nos raros momentos em que a sua vinda se revela quase necessária. Alexandre Koyré pôde chamar ao século XVII o «século dos gigantes» porque a filosofia e a ciência sofreram nesses tempos uma mutação que gerou outra ideia do cosmos e implicou um corte epistemológico o qual, paulatinamente, irá marcar todos os domínios do saber; contudo, algumas décadas mais tarde, a situação já era tão diferente que nem a envergadura intelectual dum Leonhard Euler bastou para lhe permitir ascender às mesmas alturas. Decerto, apenas a muito poucos, «àqueles que os deuses amaram», como disse Infeld a propósito de Evariste Galois, são dadas capacidades para aproveitar devidamente essas oportunidades oferecidas por conjunturas excepcionais, mas nem por isso se afigura paradoxal sustentar que as obras maiores quase são solicitadas pelo próprio processo histórico.

Só assim, penso eu, se pode entender a aparição de figuras realmente desmedidas mesmo à escala dos chamados grandes homens. Só nesta perspectiva é que a obra de Albert Einstein deixa de nos surgir como um puro motivo de espanto. Estamos cientes do seu génio, e sabemos que a uma tão maravilhosa faculdade de reinventar o mundo juntava ele a firmeza de carácter e a dolorosa coragem de ascese mental sem as quais nunca há pensamento inovador. Era indubitavelmente um ser de excepção, resultado improvável do jogo subtil das combinações cromossómicas. Mas tudo isto aceite de bom grado — e que mais poderíamos dizer? — ainda não chega para tornar verosímil uma tal grandeza. Haverá que ter presente que Einstein surgiu numa época à sua medida quando, após três séculos de crescimento harmonioso, a própria física apelava por transformações vertiginosas.

Não que a vertigem dessas fundas mudanças que, no prazo duma geração, destruiriam os fundamentos duma visão da matéria e do cosmos tida por definitiva afligisse então quem quer que fosse. Com a sua autoridade incontestada, Lord Kelvin falara tão-só de «duas pequenas nuvens sombrias» no horizonte da física clássica; Lorentz, o mais original dos teóricos do seu tempo, determinara um novo grupo de transformações das coordenadas espacio-temporais, mas permanecia solidamente apegado ao velho éter mecânico; e se a intuição de Max Planck o tinha levado a escrever essa estranha lei que une a frequência à energia através da constante **h**, apenas vira nela um expediente para evitar a «catástrofe ultravioleta» à teoria do corpo negro.

A marcha triunfal das duas grandes revoluções de que a física clássica estava prenhe, a relatividade e os quanta, achava-se como que tolhida pelo desentendimento da sua natureza profunda, e foi em Einstein que ambas encontraram um arauto e um profeta. Quanto à relatividade — e sem desprimor para Lorentz — este facto logo foi reconhecido, mas é mais que tempo para que uma constatação análoga se faça para a teoria quântica — sem desprimor para Planck. O mesmo homem, Janus Bifronte, esteve na origem de duas das alterações mais profundas sofridas até hoje pela nossa concepção do mundo material e, se um tal título tem sentido, Einstein deve ser olhado como o pai da física moderna.

Esse judeusito alemão, graduado sem glória por uma boa universidade suíça, começara por se ocupar de questões de física estatística, domínio onde aliás sempre demonstrará uma mestria excepcional. Com uma alegre desenvoltura, tinha reencontrado alguns dos resultados fundamentais a que o velho Gibbs chegara após toda uma vida de meditação. Mas se ninguém atribuira a esses textos a atenção que eles mereciam, depressa se tornou literalmente impossível não conceder algum crédito àquele marginal duma fecundidade e duma ousadia um tanto impertinentes. No «annus mirabilis» de 1905, Einstein publicava sucessivamente, no mesmo tomo dos «Annalen der Physik», a teoria dos quanta de luz, a teoria do movimento browniano, e a teoria da relatividade.

Seria imprudente considerar que, dessas três obras-primas, a teoria do movimento browniano foi, apesar de tudo, um texto menor. Da sua novidade e do seu valor testemunha a pleiade de investigações que originou ou sugeriu, desde as experiências clássicas de Perrin, tendentes a demonstrar a realidade molecular que o positivismo longamente contestara, até à famosa equação de Fokker-Planck subjacente aos processos de difusão. E

(*) Conferência proferida na sessão que o II Congresso Nacional de Mecânica Teórica e Aplicada consagrou à celebração do centenário de Einstein, em 24 de Outubro de 1979.

(**) Professor da Faculdade de Ciências de Lisboa.

desde então, com Ornstein, Uhlenbeck, Chandrasekhar, Doob Kolmogorov, Wiener e tantos outros, as teorias estocásticas têm vindo a afirmar se nos campos mais diversos, da astronomia às telecomunicações, dos fenómenos sedimentares à mecânica quântica

Do famosssimo artigo que se intitulava «Sobre a electrodinâmica dos corpos em movimento», tudo já foi dito Essas páginas, que continuam a encantar-nos com a sua audácia tranquila, a sua simplicidade profunda e a lógica inexorável que as anima, são para nós, reverentemente, a relatividade Que não é totalmente assim, prova-o o facto de ainda aí não se encontrar, por exemplo, a relação fundamental entre massa e energia, a qual chegará contudo a tempo de ainda vir a ser publicada no mesmo volume dos «Annalen» Tirada de cinco ou seis linhas de cálculo algébrico, a fórmula célebre era um desses resultados que mais parecem truques de prestidigição e dos quais de Broglie dirá muito mais tarde que surgem como clarões na noite, deslumbramentos que só nos tornam mais sensíveis à escuridão

Contra o peso duma tradição já venerável, atrevo-me a afirmar que a teoria dos quanta de luz foi o que de mais original Einstein nos legou nesta sua primeira fase A relatividade restrita era uma resposta brilhante a uma questão crucial mas, se não quisermos cair na hagiografia, temos de reconhecer que ela se inseria numa problemática em rápida maturação porventura sem a mesma limpidez, a solução einsteiniana teria sido decerto encontrada por outrem num prazo razoável Ora a prova de que assim não era para a teoria dos quanta está em que os mais lúcidos, um Lorentz ou um Langevin, entenderam desde logo que a relatividade representava uma contribuição teórica notável, isto quando as ideias de Einstein sobre a luz foram unanimemente rejeitadas Já na década seguinte, ao apresentar a candidatura de Einstein à Academia das Ciências da Prússia Planck procurava desculpá-lo de ser o autor dessa estravagante teoria do efeito foto-eléctrico, pecado venial de juventude que lhe devia ser perdoado como deslize duma imaginação demasiado viva

No entanto, o texto de Einstein marcava o começo real da grande aventura dos quanta, pois não se tratava somente dum esforço de explicação dum efeito experimental incompreensível mas da afirmação radical de que era preciso refazer a física para dar à constante quântica o estatuto que ela exigia. Mais ainda, e em termos muito explícitos Einstein defrontava-se já com o problema conceptual básico da microfísica contemporânea, o entendimento da coexistência das ondas e dos corpúsculos. Com vinte anos de avanço, o essencial do drama da mecânica quântica achava-se na dialéctica einsteiniana daquilo que viria a chamar-se o fotão com essoutra realidade a que ele chamara, humoristicamente, as «ondas fantasmas»

Se Einstein previra com lucidez que ninguém o quereria ou poderia seguir quanto à teoria da luz, nem por isso deixou de permanecer tranquilamente nas suas posições — o único, durante um bom par de anos, a afirmar o advento inevitável duma física quântica E embora nessa época as suas preocupações se centrassem na relatividade, continuou a acumular argumentos em prol dessa crença herética. Foi assim que nos deu a bela teoria quântica dos calores específicos cujas premissas, nas mãos de von Karman, de Born de Debye e de tantos outros se revelaram fundamentais para a eclosão da teoria moderna dos sólidos. Data também deste tempo a prova de que as flutuações inerentes à lei do radiamento negro de Planck se exprimem sob a forma da sobreposição dum termo de carácter puramente ondulatório com outro de índole meramente corpuscular como se aí a natureza se divertisse a exibir ironicamente a veracidade do inverosímel

No âmbito da relatividade restrita, uma vez corrigida a mecânica clássica de forma a passar a respeitar as novas leis de transformação, e reconhecido o carácter relativista premonitório das equações de Maxwell, as dificuldades tinham-se refugiado no domínio da gravitação newtoniana, lei de forças expressa em função duma distância, quer dizer, duma grandeza que perdera qualquer significado intrínseco. Depressa se reconheceu que as tentativas formais para salvar a expressão clássica, substituindo na equação de Poisson do potencial gravítico o laplaciano por um dalembertiano, nem sequer conseguiam assegurar-lhe a indispensável covariância E Einstein de novo sozinho, empreendeu a procura duma solução à altura da dificuldade do problema

Através das suas publicações, da sua correspondência e doutros testemunhos, podemos tentar reconstituir esse formidável tactear lógico-intuitivo que o absorveu durante uma década Era guiado pelo princípio de Mach, que o tinha impressionado desde os anos de adolescência; apoiava-se na ideia da equivalência física entre massa inerte e massa gravitacional, que Eötvos já verificara com uma precisão de 10^{-6} e à qual Dicke juntaria outras duas casas decimais, mas que ele sempre considerou, bem a seu modo, estar contida nos trabalhos de Galileu; tirava as consequências devidas duma análise impecável do carácter largamente tautológico da definição de referencial de inércia — e assim chegou onde pretendia e mesmo mais além Parece-nos uma tão grande maravilha que se tenha podido obter um tal sistema de equações a partir de considerações tão abstractas e tão gerais que apetece retomar a pergunta de Boltzmann diante das equações de Maxwell: «Foi um deus que escreveu estes símbolos?»

O grande artigo síntese de 1916 recebeu por título «Os fundamentos da teoria geral da relatividade» porque continha, finalmente, muito mais do que uma teoria relativista da gravitação. Sem dúvida, as forças gravíticas de Newton deduziam-se, em primeira aproximação, das equações einsteinianas, mas estas não só se situavam num plano que generalizava de modo radical a relatividade restrita como implicavam, de facto uma outra visão do mundo físico. Na sua essência, tais equações descrevam apenas, sob uma forma totalmente covariante, a curvatura do espaço-tempo, contida no tensor métrico, e que é produzida pela «matéria» expressa pelo tensor energia-momento. Os previlégios concedidos aos referenciais galileanos viam-se formalmente abolidos, enquanto o conceito duvidoso de força, contra o qual Hertz e outros clássicos já se tinham rebelado, apagava-se por comple-

to, em proveito da primazia das geodésicas da variedade espacio-temporal.

Um tal bloco de mármore teórico mostrava-se todavia vulnerável pela escassez das suas previsões observáveis. Houve, desde logo, a explicação do avanço do periélio de Mercúrio, o qual desafiava impunemente a precisão lendária da mecânica celeste; veio depois a confirmação do desvio dos raios luminosos pelos campos gravíticos, obtida durante o eclipse solar de 1919 e que, de um dia para o outro, tornou Einstein uma figura simbólica para o comum dos mortais; enfim, já na década seguinte, constatou-se a realidade do deslocamento espectral provocado pelas massas gravitacionais. Balanço honroso, sem dúvida, mas insuficiente para impedir um certo pulular das chamadas teorias PPN, as teorias parametrizadas pós-newtonianas da gravitação, maquinarias matemáticas sólidas embora meramente fenomenológicas.

As observações pacientes feitas sobre o único binário pulsar conhecido, dito cabalisticamente o PSR 1913+ +16, prometiam, ainda há poucos meses, quer uma confirmação indirecta de outros efeitos relativistas, quer a prova da superioridade da formulação einsteiniana sobre as suas congéneres PPN. Mas um artigo na «Nature» de Agosto passado, afirmando que o companheiro do pulsar é uma estrela visível, veio-nos recomendar prudência. Continuamos pois na expectativa, embora muito apegados à convicção traduzida por Dirac ao escrever, recentemente, que uma teoria tão bela como a relatividade geral não pode ser uma teoria falsa.

Entretanto, o regresso de Einstein, em 1916-17, aos mistérios dos quanta tinha sido assinalado por um trabalho notável. Para ajustar contas com o enigma persistente do radiamento negro, conseguia deduzir a lei de Planck de três coeficientes secos, na definição dos quais se manifestava mais uma vez o seu génio da evidência. De facto, foram necessários mais de trinta anos para que a totalidade das implicações conceptuais e práticas dessas memórias fosse entendida, mas logo que Kastler e os seus colaboradores inventaram as técnicas de bombagem óptica, o maser e o laser puderam ser construídos.

No quadro da microfísica, Einstein também participou no esforço inglório para tentar salvar a teoria de Bohr-Sommerfeld das suas contradições insolúveis, e foi ele, aliás, quem exprimiu sob a forma mais geral a regra de quantificação. Era contudo a mecânica quântica o astro que já então surgia no horizonte e se de novo absorvido pela relatividade, Einstein não contribuiu de forma explícita para essa fascinante construção, nem por isso a sua influência deixou de a marcar fortemente. Não só foi o primeiro a apostar na validade da louca hipótese brogliana da existência das ondas de matéria, como também, no dizer insuspeito do próprio Max Born, os postulados estatísticos do formalismo quântico se inspiraram directamente na sua teoria dos quanta de luz. Além disso, seria imperdoável esquecer que, em 1924 generalizando investigações de Bose, Einstein criou a mecânica estatística quântica, da qual tirou uma compreensão mais profunda das artimanhas desse seu inimigo pessoal, o corpo negro; mas, logo a seguir, estudando o caso limite a que chamamos o gás degenerado de bosões, abriu caminho para que Tisza e London esboçassem uma explicação do comportamento do hélio líquido nas vizinhanças do zero absoluto, etapa essencial na história da física das baixas temperaturas.

Nesses anos, eram porém a cosmologia que mais ocupava o pensamento de Einstein. O esforço empreendido na Antiguidade à escala do sistema solar e que Herschell procurara alargar à nossa galáxia podia agora recomeçar para o Universo como um todo. Em 1917, Einstein mostrara que as suas equações da relatividade geral suportavam um modelo de Universo estático, com uma distribuição uniforme das massas, e de Sitter apressara-se a propor uma alternativa a essa métrica, correspondente a um Universo vazio de matéria. Ora razões quase estéticas, ligadas à necessidade de manter nas equações a constante cosmológica, tornavam Einstein muito crítico para estas primeiras tentativas. Assim, aplaudiu a introdução por Friedmann, em 1924, de modelos não-estáticos, que se afiguravam tanto mais interessantes quanto os trabalhos de Hubble sobre o «red-shift» levavam a crer na expansão do Universo.

Nem sequer tentarei esboçar aqui a evolução ulterior da cosmologia, a qual, nomeadamente nos últimos anos, com a descoberta de objectos celestes tão estranhos como os quasars, as estrelas de neutrões e os buracos negros, ou com a contestação da fuga das galáxias pela tese do «envelhecimento» do fotão, nos tem reservado tantas surpresas. Direi tão-só que as múltiplas contribuições de Einstein para essa história fascinadora tiveram a importância primordial que convinha ao fundador dum tão ambicioso domínio de investigação.

Com a sua linguagem pitoresca, Einstein confessava, nos anos de maturidade, que se comportava como um avestruz, escondendo a cabeça nas areias da relatividade para não ver a maldade da mecânica quântica. É que desde a reunião cimeira no Conselho Solvay de 1927, ele manifestara uma oposição irredutível à interpretação puramente probabilista do formalismo quântico que a Escola de Copenhague conseguira impor. Dessas objecções que um homem quase isolado fazia a uma doutrina com um tal poder e ascendendo para o zénite foi, então, quase de bom tom sorrir. Mas como os tempos mudam, as respostas de Bohr às interrogações de Einstein parecem cada vez menos definitivas.

Sob o impulso de Broglie, a partir dos anos cinquenta, foi-se paulatinamente reconhecendo a necessidade de reabrir um «dossier» que já se considerava arquivado. Quer se goste ou não, o problema dos fundamentos da mecânica quântica voltou à ordem do dia. A ironia da história está sobretudo em que o resultado mais saliente obtido ultimamente nesta área, o teorema de Bell e as experiências a que deu origem, apresenta-se afinal como uma versão sofisticada da velha heresia einsteiniana, um esforço de quantificação do chamado paradoxo de Einstein-Podolsky-Rosen. Aliás porque o próprio teorema de Bell não escapa à contestação, permanecemos sem saber, para retomar uma frase que fez fortuna, «se Deus joga aos dados com o mundo».

Do que o mestre empreendeu mais tarde para completar a relatividade geral, além da demonstração analítica da existência do radiamento gravítico, essas ondas

cilíndricas quadridimensionais que ainda não foram detectadas mas cuja realidade seria logicamente tão satisfatória, limitar-me-ei a referir aqui um teorema fundamental para a fusão íntima dos conceitos de matéria e de campo. Considerando a matéria como simples regiões singulares do campo, bossas de grande amplitude no contínuo espacio-temporal, Einstein demonstrou que tais singularidades só se podiam deslocar ao longo das geodesicas. Assim, fazia desaparecer a dicotomia até então inevitável entre leis do campo e leis do movimento, e dava um novo e grande passo para a realização do sonho cartesiano da redução das coisas à pura extensão.

Durante o último terço da sua vida, Einstein tentou realizar esse projecto desmedido graças às teorias unitárias do campo. Ao afirmar que «não se deve tentar unir o que o próprio Deus desuniu», Pauli exprimia um consenso maioritário, mas Einstein tinha aprendido com Espinoza a acreditar na harmonia e na simplicidade profundas da natureza. Sem nenhumas ilusões quanto às dificuldades a vencer, nem por isso se sentiu no direito de desistir. Não obstante ter recorrido às teorias penta-dimensionais, que Kaluza introduzira, e de se apoiar em formalismos duma complexidade crescente — circunstância insignificante, pois «Deus não fez o mundo para comodidade dos matemáticos» — havemos de reconhecer que os resultados apreciáveis alcançados não chegaram para lhe evitar o fracasso; Prometeu agrilhoado com as cadeias que ele próprio forjara, Einstein tombou como devia, fiel a si mesmo até ao fim.

Estamos hoje aqui reunidos para celebrar o centenário do seu nascimento, e a modéstia dos nossos meios só é compensada pelo fervor da nossa devoção. Através dos séculos vindouros, Einstein continuará a ser celebrado e não apenas, esperemo-lo, pela grandeza do seu génio. Porque o sal da terra são aqueles, pensadores ou artistas, místicos ou homens de acção, personagens célebres ou gente comum cuja memória se apaga, que testemunharam de que há de melhor nesta nossa condição. E um deles foi Alberte Einstein. Por detrás da obra incomparável de que todos nós — fraternalmente filialmente — nos sentimos orgulhosos, havia um homem bom e generoso que foi perseguido e caluniado. O seu nome deve perdurar também como um símbolo de todos quantos, sem grau e sem glória, procuraram trazer a este mundo, ainda tão desumano, um pouco mais de verdade, de justiça, de saber.

NOTICIÁRIO

(Continuação da pág. 140)

INTERKAMA 80 — DÜSSELDORF, 9 — 15-10-1980

DÜSSELDORF — O **Congresso Internacional com Exposição para Técnica de Medição e Automatização** — INTERKAMA — realizar-se-á, pela 8.ª vez em Düsseldorf, de **9 a 15 de Outubro de 1980.**

A presidência e o conselho do certame INTERKAMA 80 estão a contar com 1000 empresas expositoras de 25 países, que ocuparão 10 dos 13 pavilhões do recinto moderno da feira de Dusseldorf, o que corresponde a uma área líquida de exposição de aprox. 50 000 m^2. Os especialistas estão a contar com mais de 100 000 visitantes profissionais de todos os países. Em termos de comparação: Na 7.ª INTERKAMA, no Outono de 1977, foram 98,450 visitantes de 37 países do mundo inteiro, 975 firmas expositoras de 24 países mostraram novidades da técnica de medição e automatização numa área líquida de exposição de 45 791 m^2.

A INTERKAMA, que se realiza de três em três anos, continua a ser considerada a maior feira de automatização no mundo. Apoia-se em quatro pilares: **a exposição internacional, o congresso científico** (que começa um dia antes da exposição, i. e., em 8 de Outubro de 1980 e que se repete durante a feira, **os cursos e seminários organizados pelas empresas expositoras, e a mostra especial «Pesquisa Aplicada», que tem como finalidade a importante transferência de tecnologia entre institutos de pesquisa e empresas industriais.**

Veranstalter: Arbeitsgemeinschaft INTERKAMA, Postfach 70 09 69
D-6000 Frankfurt/M 70, Telefon: (0611) 63 62 70

Durchfuhrung: Düsseldorfer Messegesellschaft mbH — NOWEA — Pressestelle INTERKAMA
Postfach 32 02 03, D-4000 Düsseldorf 30, Telefon: (0211) 4560 555, Telex: 8 584 854 mes d

Representante para Portugal:
WALTER & Cia., Lda
Largo de Andaluz, 15, 3.°-D-4
1000 Lisboa
Tel. 53 24 23/55 62 54
Telex 12 784 walter p

(Continua na pág. 167)

Relato sucinto do II Congresso Internacional para o ensino da engenharia (Darmstadt, Outubro de 1978)

JOÃO FIGANIER
Prof. Extraordinário, I. S. T.

1 — PARTICIPAÇÃO

Este congresso (Zweiter Internationaler Kongress für Ingenieurausbildung IKIA2) efectuou-se de 4 a 6 de Outubro de 1978 em Darmstadt, promovido pelo Presidente e pelo Senado da Technishen Hochschule Darmstadt. Nele estiveram presentes cerca de 260 participantes, em grande parte proveniente da República Federal Alemã (muitos da própria THD) mas incluindo um número substancial de estrangeiros vindos dos E. U. A., do Canadá, de quase todos os países da Europa Ocidental e de alguns países da Europa Oriental. Quase toda a assistência tinha em comum o ser oriunda de países fortemente industrializados — o que de resto estava nas intenções originais da organização do Congresso **[0]**.

Destes participantes a maioria era constituída por universitários (ou pelo menos com afiliação universitária), mas também estava presente um certo número de congressistas ligados uns à indústria (ou serviços) — principalmente da R. F. A., Suiça e Holanda — e outros a sociedades profissionais (VDI, IEEE).

As nacionalidades dos conferencistas reflectiram — ainda que de forma não proporcional — a variedade das origens dos congressistas; assim teve-se a seguinte repartição:

R. F. A.	5	conferencistas
U. S. A.	4	»
Holanda	2	»
Suiça	2	»
Reino Unido	2	»
França	1	»
Checoslováquia	1	»

dos quais pertenciam à

Universidade	15	»
Indústria	3	»

Para os conferencistas ainda é mais acentuada do que para a assistência em geral a proveniência de países fortemente industrializados. Pode-se pôr em dúvida se em países menos desenvolvidos os problemas da formação de engenheiros terão ou não as mesmas componentes e portanto se o que se passou neste Congresso pode ser de interesse para um País como o nosso; suponho que a resposta é positiva e por esta razão foi escrito este relato sucinto.

2 — TEMAS

Segundo os próprios organizadores **[0]**, o Congresso tinha por objectivo a discussão de todos os problemas relevantes da formação moderna dos engenheiros e a procura de critérios para que essa formação seja a apropriada em face dum mundo em rápida evolução.

O Congresso foi dividido em 3 secções, cada uma dedicada ao seu tema de fundo:

— necessidades levantadas pela prática profissional;
— ensino das ciências sociais aos engenheiros;
— ensino das ciências técnicas e dos fundamentos científicos.

A organização recomendou especialmente para discussão os seguintes temas:

— critérios de admissão aos estudos de engenharia;
— ênfase na formação teórica ou na aplicada;
— possibilidade e necessidade de oferecer ensino especial a uma elite nas actuais universidades de massa;
— significado e valor das ciências sociais na formação dos engenheiros;
— extensão da influência e responsabilidade dos engenheiros;

Manuscrito recebido para publicação em 25/7/79.

— pedidos da indústria e das agências governamentais para a formação dos engenheiros;
— relevância e valor destes pedidos, e necessidades previstas para os curricula de engenheiros

No decorrer das conferências e das discussões que se lhes seguiram estes vários temas foram abordados mas com frequência e com profundidade muito diferentes; a alguns foi dada grande ênfase — fundamentalmente: influência e responsabilidade dos engenheiros na sociedade; predominância da formação teórica ou da aplicada; ensino das ciências sociais. Outros quase não despertaram interesse como é o caso por exemplo dos pedidos da indústria e agências governamentais para a formação de engenheiros e consequentemente o tema que se lhe segue sobre a relevância destes pedidos. Por outro lado vários dos temas são interdependentes pelo que tenderam a surgir agrupados por mais do que uma ocasião, sobretudo durante as discussões mas também frequentemente nas conferências.

No que se segue vai-se tentar fazer um breve relato dos vários pontos de vista expostos nas conferências e (na medida do possível) dos que surgiram durante as discussões. Para clareza de exposição, a ordenação será feita por temas (ainda que por vezes a interdependência dos temas já mencionada acima dificulte a tarefa), começando-se por aqueles que pareceram ser os mais populares e, por isso, provocaram em geral debates mais acesos e que possivelmente representam portanto as maiores preocupações actuais — ou pelo menos as das pessoas reunidas no Congresso e por extensão as dos países donde essas pessoas provêm.

3 — INFLUÊNCIA E RESPONSABILIDADE DOS ENGENHEIROS NA SOCIEDADE

Dentro deste tema foi argumentado [1] que cabe ao engenheiro tomar em linha de conta na sua globalidade os problemas resultantes da aplicação da tecnologia e do seu impacto sobre a sociedade; estão incluídos neste caso de forma particularmente relevante todos os projectos que de alguma forma vão influenciar o ambiente.

Esta responsabilidade actual dos engenheiros provém do facto de serem eles os que pela sua formação estão em melhor posição e têm melhor preparação para avaliar as situações e ajudar a sociedade a tomar decisões — «é mais simples ser um engenhero a tomar decisões políticas do que serem políticos a tomarem decisões tecnológicas» [1]. Foi observado durante a discussão que a intervenção do engenheiro terá que se efectuar a nível político, com grande peso para as intervenções nos órgãos políticos locais, nos quais o engenheiro deverá saber mover-se e ser capaz de participar.

Mas toda esta nova responsabilidade dos engenheiros obriga a uma preparação especial que deve ser iniciada na universidade, incluída na parte curricular do curso e que deve envolver não só conhecimentos em ramos fora do domínio restrito da engenharia — tais como, por exemplo, economia, administração, ciências sociais, etc. (volta-se a este ponto a propósito dum dos temas seguintes) — como ainda treino em actividades tais como a capacidade de advogar as suas opiniões e de apresentar os seus resultados a um auditório leigo. Ainda a este respeito, foi observado que as decisões políticas têm habitualmente um carácter não quantitativo o que contrasta com o espírito de rigor próprio da engenharia e em consequência com a própria formação básica do engenheiro — «é difícil comunicar com a sociedade» [2] — o que constitui mais um argumento para iniciar esta linha de preparação do engenheiro logo na Universidade.

Ainda quer a este respeito, quer quando se tratou do ensino das ciências sociais nas escolas de engenharia, foi por várias vezes comentado que tanto os docentes da Universidade como os alunos estão em geral pouco interessados nestes aspectos colaterais da profissão [4].

Por último, é interessante observar-se que sobre este tema não surgiram opiniões radicalmente discordantes, parecendo antes ter havido um largo consenso da assistência sobre ele.

4 — FORMAÇÃO DO ENGENHEIRO

Este foi certamente, e como de resto seria de esperar, o tema mais vezes focado por diferentes oradores e um dos mais discutidos durante o Congresso. Os tópicos abordados foram muito variados e a própria maneira de os abordar diferiu muito de caso para caso, quer surgindo como o tópico principal, quer enquadrado noutra linha de argumentação. Convém separar e deixar para tratamento posterior alguns assuntos que se destacaram especialmente, tais como o debate sobre a inclusão das ciências sociais nos curricula dos engenheiros, o ensino especial para os alunos mais brilhantes, o ensino da matemática em engenharia. Por agora só se vai tentar dar uma ideia do que foi dito acerca da opção (ou da predominância) entre o ensino dos fundamentos e o ensino especializado (muitas vezes denominado de «prático»); sobre a necessidade (ou não) de experiência industrial durante o curso; e ainda sobre alguns outros aspectos similares mas menos focados durante o Congresso.

As opiniões pareceram ser unânimes sobre a indispensabilidade dum ensino forte dos fundamentos na educação dos futuros engenheiros: não só muitos dos conferencistas o disseram nas suas conferências, como por várias vezes o mesmo foi afirmado durante as discussões. Nestas diferentes ocasiões foi apresentada uma argumentação muito diversa e eventualmente de grande interesse. Assim, Weber [4], dando uma forma mais concreta a uma ideia que surgiu aqui e além, introduziu o conceito de «vida média do conhecimento adquirido», medido pelo tempo que decorre até que o engenheiro só seja capaz de ler metade da literatura pertinente ao seu campo (pode-se perguntar — com algum pessimismo — se este conceito logo à partida seria aplicável entre nós!); em engenharia electrotécnica seria actualmente de cerca de 10 anos; assim só o equipamento básico do engenheiro o poderá manter profissionalmente efectivo, permitindo-lhe ir renovando continuamente os

seus conhecimentos, e é essa a finalidade do ensino dos fundamentos Este mesmo tema é retomado em [13].

Uma argumentação idêntica é usada em [5], com as mesmas conclusões, mas acentua-se a que não se deve retirar do curso toda a orientação prática (que «deve ser o sal» do ensino dos fundamentos); assim, no Instituto Federal Suíço de Tecnologia, os grandes problemas da engenharia são introduzidos por meio de conferências distribuídas ao longo do curso e por meio de projectos que são orientados por profissionais que exercem fora da universidade

Uma forma muito parecida com a anterior, mas muito sistemática, de estabelecer o contacto dos alunos com a prática profissional e com o objectivo explícito de complementar o estudo dos fundamentos com exemplos extraídos do mundo da engenharia, é descrita em [15]: trata-se dos «case studies» em que uma operação completa de engenharia é apresentada pelos seus realizadores sob todas as suas facetas — projecto, construção, financiamento, gestão, prospecção do mercado, etc.; o exemplo que é dado é o do projecto e construção do avião de passageiros DC-10, o que ocupou 29 sessões conduzidas pelos responsáveis de cada operação na companhia construtora Note-se que se trata dum curso de post-graduação em engenharia aeronáutica nos E. U A

Em [9] acentua-se os defeitos de excesso de especialização para a própria formação dos engenheiros e recomenda-se a predominância do ensino dos métodos sobre o dos conteudos

Outro autor [18], depois de propor a tese de que o excesso de especialização dos estudos secundários (suponho que na Alemanha) é prejudicial para a posterior formação em engenharia, recomenda para estes estudos uma ligação cerrada entre a teoria e a prática, ligação que hoje se pode apoiar fortemente nas novas possibilidades dadas ao projecto pela utilização dos computadores

Sempre dentro deste contexto, por várias outras vezes foi mencionada a desejabilidade de haver contactos entre o ensino e a prática profissional ao longo do curso — com uma vista extrema [2] (apresentada por um engenheiro trabalhando na indústria) em que se recomenda a existência de cursos em sandwitch onde períodos escolares alternariam com períodos de estágio na indústria.

Como conclusão do debate deste tema da formação do engenheiro, pode-se repetir que indubitavelmente o acento incidiu sobre a natureza primordial da formação básica do futuro engenheiro, acompanhada duma especialização pouco intensa, fazendo-se o treino profissional do engenheiro «on the job» [4].

Antes de fechar este parágrafo talvez venha ainda a propósito, e valha a pena, mencionar uma proposta [6] de cursos concentrados em que os assuntos seriam tratados um de cada vez, de forma intensiva, durante uma a três semanas, o que teria certas vantagens, entre outras a possibilidade de poder ser seguido por engenheiros já em exercício; esta proposta não foi discutida

5 — INCLUSÃO NO CURRICULUM DE ESTUDOS EM CIÊNCIAS SOCIAIS, HUMANIDADES, ETC.

Este assunto foi outro dos temas que despertou mais interesse no decorrer do Congresso: não só lhe foi dedicado uma sessão inteira (a segunda das três em que o Congresso se dividiu) como ainda nas outras sessões, em particular na primeira, se lhe fizeram várias referências; tanto surgiu inserido nas conferências como no decorrer de discussões por vezes muito vivas. Tem interesse relembrar que este mesmo assunto já tem sido abordado entre nós ocasionalmente — ainda que em geral de forma difusa

A inclusão nos curricula dos futuros engenheiros de assuntos não técnicos nem científicos (foram enumerados [1]: economia, ciências sociais, ciências de administração, política e sociedade, jurisdição, humanidades) recebeu o acordo na generalidade de quase todos os presentes. No entanto, como nota discordante, houve quem exprimisse a opinião de que os estudos das ciências sociais e das humanidades na universidade não representam mais do que uma moda [17], que quanto muito deveriam ser relegados para o ensino secundário, ainda que se pudesse encorajar algumas conferências sobre o assunto na universidade. Por outro lado, e talvez exprimindo uma opinião bastante generalizada, na discussão que se seguiu a uma das conferências em que este tema foi abordado houve quem acentuasse que no meio integrado em que os engenheiros trabalham é mais fácil estes terem conhecimentos de economia e de administração do que os economistas terem conhecimentos técnicos — o que é de aproximar duma opinião idêntica sobre decisões políticas já mencionada acima

Por outro lado, logo que se saiu da generalidade, em que o acordo, como se disse, foi quase unânime, e se entrou nos pormenores — isto é, que matérias, com que profundidade, em que altura do curso — aí passou-se a ter uma diversidade de opiniões extrema, como se verá do relato que segue

Dentro deste tema é fundamental começar por mencionar a abordagem com feição sistemática apresentada em [7] onde são descritos os resultados de inquéritos levados a cabo junto de engenheiros mecânicos e em que se tenta averiguar da medida em que é sentida a necessidade da inclusão no curso do ensino de ciências sociais (tal como são definidas pela UNESCO) e de humanidades. Neste estudo verificou-se que os engenheiros em Inglaterra e nos E. U. A. pensam que cerca de 30 % do tempo dos cursos deveria ser usado em assuntos não técnicos; as percentagens correspondentes actualmente praticadas em quase todos os países representados no Congresso oscilam entre 10 e 20 %, nos E. U. A. em torno de 30 % mas podendo atingir 37 % do tempo total de estudos [16]. Nesta mesma comunicação é acentuada a vantagem de ser dada alguma formação não técnica aos futuros engenheiros, em parte para satisfazer às necessidades da sua futura profissão, mas também para compensar de algum modo as diferenças intrínsecas na maneira de ser, observadas entre os alunos que escolhem as «letras» e os que escolhem as «ciências»

Dos restantes conferencistas, vários preferiram abordar o presente tema através de recomendações, focando aspectos tão diversos que aconteceu por vezes ficar-se com a suspeita de nem sempre se estar a falar do mesmo. Assim, em **[4]** e principalmente em **[9]** insiste-se no ensino dos fundamentos das ciências sociais e das humanidades. Em **[10]** recomenda-se a alternância de períodos escolares com períodos de estágio para tomar contacto com os problemas sociais e outros próprios do trabalho. Em **[12]** teoriza-se sobre a integração dos aspectos económico, sociológico e político nos problemas técnicos, inferindo-se daí a necessidade da sua inclusão nos estudos de engenharia, mas não (enfaticamente) por meio de cursos de carácter geral mas sim através de conferências temáticas — por exemplo: «efeitos do progresso técnico na sociedade»; foi dado notícia de ter havido uma experiência deste tipo cujo sucesso de resto só parece ter sido medido pelo acolhimento entusiástico dos alunos (não foi apresentado qualquer outro critério de sucesso). Numa linha idêntica, em **[11]** pretende-se que o engenheiro faça a planificação total do trabalho incluindo os problemas psicológicos eventualmente resultantes; nesse sentido experimentou-se obrigar os alunos a seguirem cursos de psicologia — novamente a avaliação do sucesso da experiência parece ter-se limitado à sua boa aceitação pelos alunos.

Focando um aspecto diferente, durante uma das discussões foi historiado o abandono dos estudos humanísticos nas escolas secundárias francesas para os alunos que se destinam às ciências e às técnicas — estudos esses que justificavam por sua vez a sua não existência nas escolas superiores — pelo que estes alunos não têm actualmente quaisquer contactos com estes assuntos. Por outro lado, em **[8]** é relatado — como um caso extremo de «anti-especialização» — o aparecimento duma certa tendência em algumas universidades em Inglaterra e em França de oferecerem cursos cobrindo duas grandes áreas, como por exemplo engenharia e economia, ou produção e gestão; na altura foi acentuado o carácter ambíguo de tais simbioses.

Por último, ainda dentro deste tema mas considerando agora outro aspecto, e em pelo menos duas ocasiões distintas — em **[4]** e durante uma discussão — foi mencionado o desinteresse e até a resistência que nas escolas de engenharia os alunos e sobretudo os membros do corpo docente mostram em geral ao ensino das ciências sociais, humanidades, etc., explicando-se esse desinteresse em parte pelo facto destes assuntos serem sempre de índole marginal dentro da escola e por essa razão não se prestarem em particular à valorização profissional do pessoal docente, e acabarem normalmente por degenerar em palestras de feição muito vaga sobre temas como marxismo, capitalismo, etc.

6 — ALUNOS MAIS BEM DOTADOS

Por mais que uma vez durante o Congresso foram mencionadas modalidades especiais de ensino destinadas aos alunos mais bem dotados. Assim, foi referido **[4]** que pelo menos em certas escolas dos E. U. A. não é imposto um tempo mínimo de curso pelo que alunos com melhores aptidões que a média podem completar os seus estudos num tempo mais curto do que o julgado necessário para os alunos normais; em **[14]** fala-se na possibilidade de criar cursos diferenciados na Checoslováquia destinados aos estudantes mais talentosos do ponto de vista teórico. Em **[15]** é longamente descrito um curso de post-graduação obviamente inacessível a alunos cuja capacidade não esteja acima da usual — é curioso acentuar-se que tratando-se dum curso de engenharia aeronáutica (nos E. U. A.) os seus recipientes acabaram por seguir destinados muito diversificados o que foi atribuído ao forte acento dado à preparação fundamental e adaptabilidade a novas técnicas.

Também foi posto em destaque por mais que uma vez durante algumas das discussões o carácter elitista de algumas das escolas superiores francesas.

Talvez a observação mais interessante a fazer sobre este tema é a de que em nenhuma das ocasiões em que se fez referência a formas especiais de ensino destinadas a uma fracção restrita (e seleccionada) do corpo discente, ninguém dos presentes na assembleia mostrou discordar com o princípio em causa.

7 — OUTROS TÓPICOS

Antes de fazer uma menção especial a duas das conferências que por diferentes razões parecem merecê-la, vale a pena referir alguns tópicos que foram abordados durante o Congresso por uma ou mais vezes mas que não provocaram interesse especial por parte da assembleia e nem chegaram a ser discutidos com alguma profundidade, mas que entre nós possivelmente despertariam grande interesse.

Assim, um desses tópicos é o dos diversos níveis de ensino superior. Os vários países mencionados deste ponto de vista (E. U. A., Inglaterra, França, Alemanha, etc.) parecem todos ter conservado um ensino técnico superior, distinto da universidade: Technical Schools, Fachhochschulen, Polythecnics, Écoles Techniques, Technikum **[16]**. O acesso a estas escolas é diferente do da universidade e em quase todos os casos a passagem destas escolas para a universidade não é fácil nem imediata. Este tipo de sistema de ensino não foi posto em causa por ninguém, tendo havido uma única menção **[17]** (Holanda) de que se não justifica o estatuto social inferior dos técnicos formados por aquelas escolas. Em nenhuma ocasião (excepto de forma implícita nesta última) foi mencionada a existência de qualquer pressão social entre os vários níveis de engenharia.

Foi um pouco discutida, mas sem grande entusiasmo, a possibilidade daqueles níveis de formação em engenharia poderem estar dispostos em sucessão — em vez de o serem, como é o caso actual, em «paralelo» — mas a discussão acabou por ser inconclusiva.

Ainda dentro deste assunto, durante uma discussão, foi falada a possibilidade da universidade abranger todos os graus, podendo o engenheiro ir subindo sucessivamente o seu nível, retornando ocasionalmente à escola, até mesmo por iniciativa dos empregadores.

Aqui e além surgiram alguns comentários sobre avaliação de conhecimentos, em particular em torno dos

conceitos opostos de exame final e de «avaliação contínua»; o assunto não suscitou grande interesse, mas vale a pena mencionar aqui um argumento que foi apresentado contra a avaliação contínua que por acompanhar muito de perto o estudante foi acusada de lhe retirar toda a liberdade académica, não o educando para a independência **[5]**. Também foi considerada a necessidade de preceder a entrada quer na universidade quer nos cursos de post-graduação de provas de acesso, por um lado sem grandes ilusões que essas provas sejam uma garantia de sucesso posterior **[17]**, e por outro acentuando-se a dificuldade em organizar aquelas provas visto que o que está em causa é não tanto apreciar os conhecimentos do candidato como tentar avaliar à priori a sua futura «performance» **[15]**.

Foram muito restritas as menções a problemas que afectam o corpo docente. Assim, para além de se falar na utilização de engenheiros (e outros profissionais) provenientes do exterior da universidade para permitir o contacto dos alunos com a indústria e os serviços **[5]**, **[15]** (e que já foi relatada acima), a única outra menção de importância apareceu durante uma discussão e referiu-se à necessidade imperiosa dos membros do corpo docente se actualizarem sob pena, se o não fizerem, de terem que sair da universidade ou pelo menos de não progredirem financeiramente; neste sentido (isto é, tendo em vista a sua actualização) um docente pode vir a ser levado a reger uma grande diversidade de cursos

8 — A PREVISÃO DAS NECESSIDADES EM ENGENHARIA

Este foi o tema duma das conferências **[3]**. A conferência foi ouvida com manifesto interesse — até porque foi proferida por um recente presidente do IEEE, o que lhe dá autoridade especial para abordar o assunto — mas, juntamente com a discussão que se lhe seguiu, foi a única ocasião em que o tema foi abordado.

As previsões apresentadas durante a conferência dizem naturalmente respeito aos E. U. A. pelo que é difícil tirar delas conclusões que nos possam interessar directamente. No entanto certos aspectos lá mencionados têm importância duma forma geral e por isso vale a pena afloré-los aqui. Estão entre eles a enumeração das finalidades dum tal estudo; destacam-se algumas:

— ajudar os jovens a escolher a sua carreira em face das oportunidades futuras e não pelas oportunidades presentes;
— indicar novas oportunidades aos actuais engenheiros;
— permitir prever em tempo as dimensões das instituições académicas;
— permitir julgar sobre a possibilidade de projectos em função da abundância ou da carência de engenheiros

Outro aspecto, esse perfeitamente óbvio, é o das grandes incertezas resultantes de factores muito diversos, nas projecções do número de engenheiros necessários numa dada altura futura: assim, a crise energética dos últimos anos falseou as projecções feitas anteriormente (no sentido de que as necessidades de engenheiros foram menores que as previstas)

Também é curioso observar a distribuição dos engenheiros pelas especialidades e por empregos (sempre nos E. U. A.). Por exemplo, na previsão para 1980 verifica-se a seguinte distribuição (em %) por especialidades:

Electrotécnicos	10,7
Mecânicos	9,2
Civis	7,9
«Industriais»	6,3
Engenheiros Técnicos	59,8
Aeronáuticos	2,6
Químicos	2,0
Metalúrgicos	1,1
Minas	0,5

Verifica-se ainda uma predominância nítida de post-graduações em electrotecnia e química. Suponho que a distribuição dos alunos do I. S. T. se reparte de modo idêntico (nas especialidades que aqui existem) mas de forma muito mais desequilibrada. Note-se a predominância dos engenheiros técnicos.

Na discussão geral que se seguiu à conferência concluiu-se que as dificuldades em estabelecer com algum rigor este tipo de previsões são comuns a todos os países e em particular também foram ressentidas na R. F. A. Foi aventado que, no fundo, grande parte dessas dificuldades decorriam do facto das previsões terem em si uma forte componente política

9 — DE COMO ENSINAR AOS FUTUROS ENGENHEIROS A UTILIZAÇÃO DA MATEMÁTICA APLICADA

Duas conferências foram dedicadas preferencialmente ao ensino da matemática aos engenheiros, mas destaca-se aqui a feita por **[13]** pela verve e comunicabilidade do autor e pela originalidade de que se revestiu; a outra, **[14]**, já foi mencionada anteriormente nas ocasiões relevantes

Lighthill começa por defender a tese de que cada vez mais a instrução em matemática é fundamental para o futuro engenheiro, pela «flexibilidade» que lhe dá em face duma tecnologia cujo tempo de vida hoje em dia é em muitos casos menor que a vida de trabalho dum engenheiro. Dessa instrução destaca-se por um lado a habilidade em converter as ideias fundamentais da engenharia em modelos matemáticos e por outro em interpretar os resultados matemáticos em termos de engenharia. No ensino destes dois aspectos deverá usar-se tanto tempo como no ensino formal da matemática.

Ora, para a transmissão daqueles dois aspectos o processo mais eficaz consistirá em incluir os alunos num projecto sobre problemas do mundo real; esse projecto deverá fazer parte da actividade em curso no Departamento de Matemática e, além disso, para poder interessar os alunos, deverá incidir sobre um tema popular — que traga um benefício à comunidade — e deverá transformar-se numa história de sucesso.

Como exemplo dum projecto com estas características foi mencionado o estudo e controlo da poluição no

estuário do Tamisa, trabalho em que os alunos participaram

Seguiu-se uma discussão animada em que para além da informação de que cada aluno participou durante um ano no projecto, e duma observação (impertinente) feita por um director de um departamento de engenharia de que para dar matemática teve que substituir um matemático por um engenheiro, se destacou a pergunta (pertinente) de como se pode proceder da forma recomendada pelo conferencista quando o curso é composto por 400 estudantes; a pergunta ficou sem resposta

10 — CONCLUSÃO

Assim, neste Congresso que reuniu docentes e engenheiros de vários países, mas sobretudo dos mais industrializados do ocidente, os temas mais debatidos — e que por isso mesmo representam talvez os pontos de maiores dúvidas no ensino da engenharia — foram,

- — qual a preparação a dar ao futuro engenheiro para o tornar apto a assumir a sua responsabilidade na sociedade onde o impacto das novas técnicas se faz sentir de forma cada vez mais profunda;
- — se a formação do engenheiro deve incluir as as ciências sociais e as humanidades — a resposta foi que sim — e em que medida — aqui as respostas variaram enormemente,
- — se a formação do engenheiro deve ser predominantemente virada para a prática e para a especialização, ou se pelo contrário se deve concentrar no estudo dos fundamentos — aí, com algunas cambiantes, as respostas penderam a favor dos fundamentos

Outros assuntos foram também abordados, por exemplo: o ensino especial destinado a indivíduos particularmente bem dotados — prática seguida tanto em alguns países do ocidente como da Europa oriental; a organização do ensino da engenharia nos seus vários graus — sobre o que não houve praticamente debate; etc Nenhum destes assuntos foi debatido com a vivacidade com que o foram os anteriores

Um tema ainda que interessou a assistência mas que infelizmente só teve uma contribuição (dos E U A) foi o da previsão do número de engenheiros necessários

Resta recomendar um exercício interessante Em Novembro de 1977, no Congresso da Ordem dos Engenheiros, em Lisboa, foi debatido o tema da formação do engenheiro. Percorrendo um relato desse encontro **[19]** verifica-se que grande parte dos temas foram abordados em ambos os Congressos, mas em quase todos os casos com ênfases por vezes muito diferentes. O exercício que se propõe e que talvez possa ser útil para formar uma ideia sobre o estado do ensino da engenharia em Portugal, consistirá em tentar perceber as causas dessas diferenças de acento

11 — BIBLIOGRAFIA

[0] — Programa do Congresso; 2 Internationaler Kongress für Ingenieurausbildung — IKIA2, 4 — 6 Outubro 1978, TH Darmstadt

[1] — **H. Wittfoht:** Industry's Requirements and Demands on the Training of Engineers; IKIA2

[2] — **W. J. Beek:** Assessment, Judgement and Scientific Knowledge, IKIA2

[3] — **R. M. Saunders:** Engineering Manpower Projections; IKIA2

[4] — **E. Weber:** Engineering Education as a Dynamic System; IKIA2

[5] — **R. Walther:** Training of Engineers and Professional Practice; IKIA2

[6] — **F. Leonhardt:** On Engineering Education from Experience in Teaching and Practice; IKIA2

[7] — **T. Eisemon:** The Social Sciences and Humanities in Engineering Education; IKIA2

[8] — **S. P. Hutton:** Opinions on the Social Science Content of the Ideal Engineering Course; IKIA2

[9] — **H. L. Merkle:** Men, Machines and Technology — Technological Knowledge alone will not sufice; IKIA2

[10] — **J. Rovan:** Changing Industrial Civilisation — Consequences for the Technical Intelligentsia; IKIA2

[11] — **E. Ulich:** Industrial Psycology — Compulsory for Engineers?; IKIA2

[12] — **G. Ropohl:** A Generalised Programme for the Integration of a Technological and Sociological Training; IKIA2

[13] — **J. Lighthill:** Teaching how to make and use Mathematical Descriptions of Engineering Systems, IKIA2

[14] — **J. Polášek:** Mathematical Training of Mechanical Engineers; IKIA2.

[15] — **H. W. Liepmann:** Engineering Education for a Rapidly Changing Technology; IKIA2

[16] — **K. H. Gerstle:** Some Aspects of Engineering Education in the United States; IKIA2

[17] — **W. T. Kolter:** Engineering Education at the Cross-Roads; IKIA2

[18] — **M. Thoma:** Requirements and Prerequisites for a Scientific Engineering Education; IKIA2

[19] — **Borges da Silva:** A Formação do Engenheiro — Aspectos Genéricos; Tema 1, Relato 1, Congresso 77 da Ordem dos Engenheiros. Técnica 444

12 — AGRADECIMENTOS

O autor deseja exprimir o seu agradecimento ao Reitor da Universidade Técnica de Lisboa, Prof. E R Arantes e Oliveira, que o designou para assistir ao Congresso que aqui se relatou

Efeito de diversos parâmetros nas propriedades medidas em ensaios de tracção

M AMARAL FORTES
Professor Agregado
Departamento de Metalurgia, I. S T

SUMÁRIO

Com base numa teoria fenomenológica da deformação plástica procura precisar-se o significado das propriedades mecânicas medidas em ensaios de tracção e estuda-se o efeito de diversos parâmetros — designadamente a velocidade do ensaio, as dimensões do provete e a rigidez da máquina — nessas propriedades e, de um modo geral, nas curvas de tracção correspondentes à parte homogénea da deformação.

ABSTRACT

Using a phenomenological theory of plastic deformation an analysis is made of the significance of the various mechanical properties obtained from tensile tests and of the effect of parameters, such as the strain rate, the dimensions of the specimens and the tensile machine stifness, on these properties and, in general, on the tensile curves for the homogeneous deformation in tension.

1 — INTRODUÇÃO

Um dos ensaios mais utilizados na determinação de propriedades mecânicas de materiais é o ensaio de tracção As especificações de materiais incluem frequentemente propriedades — como a tensão de rotura R_m (tensão nominal no ponto de carga máxima), a tensão de cedência ou limite elástico R_e e a extensão após a rotura (*) — que são determinadas num ensaio de tracção. Uma outra propriedade que se pode medir num ensaio de tracção é a extensão ε_m sofrida pelo provete até à carga máxima, a qual pode, até certo ponto, substituir a extensão após a rotura como medida da ductilidade, e tem a vantagem de ser mais simples de analisar(embora seja mais difícil de medir) Para um dado material, num dado estado e a uma dada temperatura (em geral a ambiente), os valores de todas estas propriedades dependem geralmente da forma e dimensões dos provetes de ensaio, da rigidez da máquina de ensaio, e da velocidade com que este último é efectuado. É por isso que se torna necessário normalizar os ensaios de tracção, no sentido de fixar estes parâmetros

Por outro lado, todas as propriedades referidas dependem, para um dado material, do estado em que ele se encontra no início do ensaio, ou, por outras palavras, da história termo-mecânica do material. E o próprio ensaio de tracção pode ser encarado como um prolongamento dessa história termo-mecânica Por consequência as propriedades mecânicas referidas são, de certo modo, peculiares, visto que pretendem caracterizar o estado inicial do material e são medidas provocando uma transformação a partir desse estado; e esta transformação, e portanto aquelas propriedades, são afectadas por toda uma série de parâmetros, alguns dos quais nada têm a ver com o comportamento plástico do material

No presente trabalho procurar-se-á — com base numa teoria fenomenológica da deformação plástica **[1]** — racionalizar o significado destas propriedades e discutir o efeito dos parâmetros referidos. Limitar-nos-emos a analisar a parte homogénea da deformação, isto é, antes de ocorrer a instabilidade plástica (estricção); ou seja, em primeira aproximação, até se atingir o ponto de carga máxima **[2]**.

2 — EQUAÇÕES QUE DEFINEM O COMPORTAMENTO PLÁSTICO DO MATERIAL

As variáveis que vão ser utilizadas para descrever a deformação plástica, a uma dada temperatura, são a tensão real aplicada $\sigma = P/A$ (P — carga; A — área da secção recta em cada instante), a extensão plástica $\varepsilon = \ln (L/L_0)$ (L — comprimento em cada instante, depois de deduzido o alongamento elástico; L_0 — comprimento inicial) e a velocidade de extensão $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$ que mede a rapidez da deformação plástica. Vamos admitir **[1]** que

* A nomenclatura aqui utilizada segue, muito de perto, a norma portuguesa NP 105 (de 1965).

Manuscrito recebido para publicação em 1/4/77.

numa deformação elementar em tracção é válida a seguinte relação entre os incrementos daquelas três variáveis

$$d\ln\sigma = \gamma(\sigma, \dot{\varepsilon})\, d\varepsilon + m(\sigma, \dot{\varepsilon})\, d\ln\dot{\varepsilon} \qquad (1)$$

onde os coeficientes γ (coeficiente de encruamento) e m (sensibilidade à velocidade de extensão) são funções apenas de σ e $\dot{\varepsilon}$ e independentes da deformação anterior em tracção. Este formalismo, devido a Hart [1], pressupõe que a deformação se realiza a uma temperatura constante e suficientemente baixa para que o fenómeno de recuperação seja desprezável [3]. Nestas condições, a eq. 1 é de facto aplicável à deformação plástica de toda uma série de metais policristalinos [4, 5, 6, 7].

Verifica-se que $d\varepsilon$ na eq. 1 não é uma diferencial total [4, 9, 10], e por conseguinte ε não será uma boa variável de estado da deformação plástica, muito embora seja uma variável importante. Assim sendo, as variáveis mais fundamentais são σ e $\dot{\varepsilon}$, e são essas que utilizaremos. É então possível e conveniente considerar que cada um dos estados por que vai passando o provete, durante o ensaio de tracção, é caracterizado por uma curva $\dot{\varepsilon}(\sigma)$ que permite obter a velocidade de extensão, $\dot{\varepsilon}$, que seria provocada por uma dada tensão aplicada, σ, a um provete nesse estado. Esta curva obtem-se da eq. 1 fazendo $d\varepsilon = 0$, e pode determinar-se experimentalmente através de um ensaio de relaxação de tensão [4].

a deformação plástica é muito pequena (em geral inferior a 0,1 %) de modo que o estado mecânico do material praticamente não se altera e a curva $\dot{\varepsilon}(\sigma)$ obtida caracteriza esse estado. Efectuando sucessivos ensaios de relaxação ao longo de um ensaio de tracção, pode determinar-se a família de curvas $\dot{\varepsilon}(\sigma)$, cada uma das quais caracteriza um determinado estado mecânico do material. As curvas que se obtêm estão esquematicamente representadas na Fig. 1 e constituem uma família a um parâmetro (o que é uma consequência da forma da eq. 1). Medindo o declive $d\ln\sigma/d\ln\dot{\varepsilon}$ das curvas de relaxação pode obter-se $m(\sigma, \dot{\varepsilon})$ [8]. No presente artigo, porém, não iremos ter necessidade de conhecer a forma desta função.

Para estudar o efeito da velocidade de deformação nos valores de R_m e ε_m é, no entanto, necessário conhecer a forma de função $\gamma(\sigma, \dot{\varepsilon})$. Ora as teorias existentes sobre o encruamento dos materiais não vão ao ponto de fazer previsões sobre a função $\gamma(\sigma, \dot{\varepsilon})$. Torna-se então necessária a determinação experimental desta função para cada material. Para poder prosseguir vamos admitir que a função $\gamma(\sigma, \dot{\varepsilon})$ tem a forma simples

$$\gamma = \left(\frac{B\,\dot{\varepsilon}^{\mu}}{\sigma} \right)^{1/\lambda} \qquad (2)$$

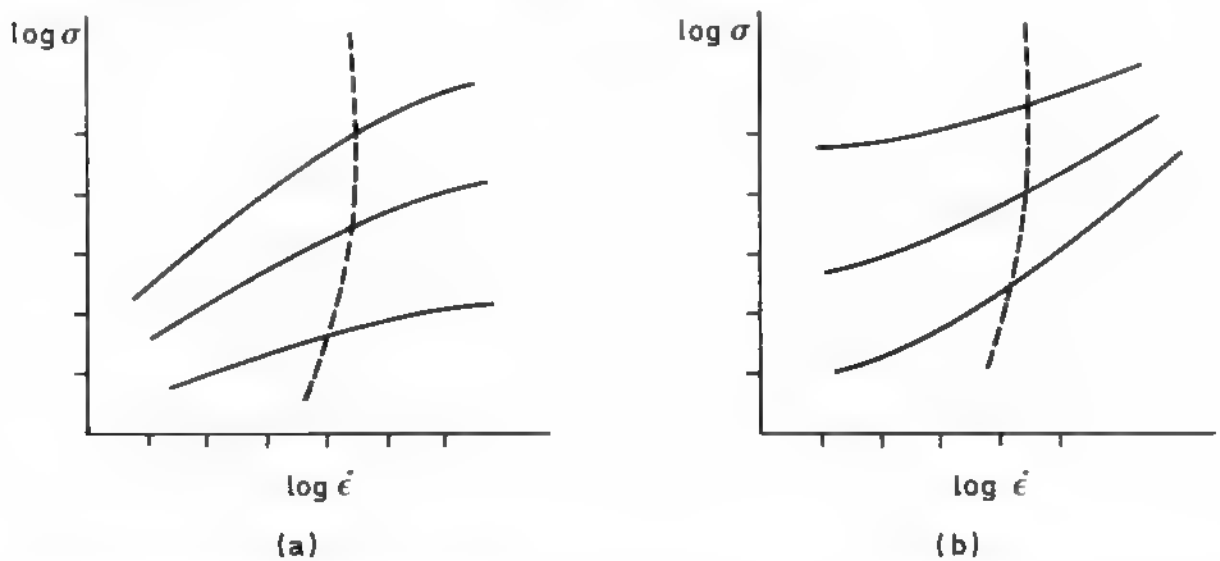


FIG. 1

Família de curvas $\log\sigma$-$\log\dot{\varepsilon}$ (escalas aritméticas arbitrárias) que definem cada um dos estados «mecânicos» produzidos por deformação plástica em tracção: (a) metais c. f. c. [4] (b) metais c. c. c. [6]. As curvas a tracejado representam esquematicamente a evolução do estado mecânico num ensaio de tracção realizado com uma velocidade constante do travessão da máquina

Este ensaio consiste em parar o travessão da máquina de tracção e registar a variação subsequente da carga P com o tempo t. A partir da curva P(t) pode calcular-se a curva $\dot{\varepsilon}(\sigma)$ relativa ao ensaio de relaxação, utilizando as equações da secção 4. Durante a relaxação,

onde B, μ e λ são constantes (positivas) do material, a uma dada temperatura. A eq. 2, embora não tenha fundamento teórico, descreve satisfatoriamente o efeito das variáveis σ e $\dot{\varepsilon}$ no coeficiente de encruamento γ, como se pode verificar analisando as curvas $\sigma(\varepsilon)$ obtidas

para diversos metais em ensaios realizados com velocidades de deformação diferentes. Os valores dos expoentes μ e λ (tal como o valor de B) são, naturalmente, variáveis de metal para metal, e dependem da temperatura. Na Tabela I indicam-se os valores típicos de μ, λ e m para os metais, deduzidos sobretudo do trabalho do grupo de Hart **[4 a 7]**; no caso de λ consideraram-se também os valores indicados por Dieter **[11]**.

TABELA 1

Valores característicos dos parâmetros m, μ e λ

m	0,01 a 0,1
μ	0,005 a 0,02
λ	0,1 a 0,5

Os valores que figuram na Tabela 1 referem-se a temperaturas inferiores a cerca de $0{,}5\,T_f$ (T_f — temperatura absoluta de fusão) que são, de resto, as temperaturas para as quais é válido o formalismo expresso na eq 1.

3 — EQUAÇÕES RELATIVAS AO ENSAIO DE TRACÇÃO

Num ensaio de tracção impõe-se um certo deslocamento X(t) ao travessão da máquina de ensaio (t é o tempo). A par da deformação (elástica e plástica *) do provete, há que ter em conta a deformação elástica da própria máquina (incluindo as amarras que estabelecem a ligação provete-máquina). É então conveniente considerar a associação em série do provete (elasto-plástico) e de um elemento elástico que representa a máquina, tal como se indica na Fig. 2a). Este elemento elástico é caracterizado por uma rigidez $1/C_M$ — designada por rigidez da máquina — a qual pode ser definida como a carga que provoca um alongamento unitário da máquina. A rigidez elástica do provete é obviamente AE/L, onde E é o módulo de Young do material do provete. Decompondo a deformação total do provete numa parcela plástica e numa outra elástica, somos conduzidos ao esquema da Fig 2b, no qual se consideram dois componentes elásticos, em série, de rigidez $1/C_M$ e AE/L, respectivamente. Na expressão anterior e nas seguintes, L e A designam as dimensões «permanentes» do provete em cada instante, isto é, L e A não incluem a deformação elástica. Por outro lado, a tensão real σ em cada instante será calculada pela expressão $\sigma = P/A$; de acordo com a definição anterior de A esta expressão não é exacta, mas no caso dos materiais metálicos o erro introduzido é insignificante.

Num intervalo de tempo dt o travessão desloca-se de dX, o comprimento total L do provete aumenta de dL e a carga aplicada varia de dP. Pode escrever-se **[12]**

$$dL = dX - CdP \tag{3}$$

onde o termo CdP representa os alongamentos elásticos do provete e da máquina. Separando estas contribuições (Fig 2b) tem-se

$$C = C_M + \frac{L}{AE} \tag{4}$$

Admitir-se-á que E é constante e independente do estado mecânico do provete e que C_M não depende do nível de tensão durante um ensaio **[13]**. Admitindo a constância do volume durante a deformação plástica, pode escrever-se

$$AL = A_0\,L_0$$

e

$$C = C_M + \left(\frac{L}{L_0}\right)^2 \frac{L_0}{A_0 E} \tag{5}$$

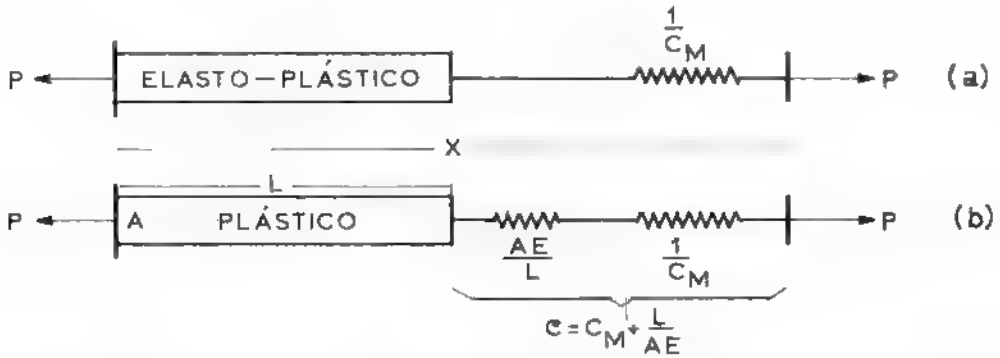


FIG. 2

Representação esquemática da deformação num ensaio de tracção. X é a distância entre os travessões. A deformação do provete pode ser decomposta numa parcela plástica e noutra elástica (rigidez AE/L); a deformação das amarras, célula de carga, etc., é equivalente à deformação de um elemento elástico de rigidez $1/C_M$

* Há ainda a considerar a deformação anelástica (reversível mas dependente do tempo); no entanto, a sua contribuição para a deformação total é, em geral, pequena.

onde L_o e A_o são o comprimento e a área iniciais. Dividindo a eq. 3 por dt obtem-se

$$\dot{L} = \dot{X} - C\dot{P} \qquad (6)$$

onde, em particular, $\dot{X} = \frac{dX}{dt}$ é a velocidade com que se move o travessão da máquina. Portanto

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{L}}{L} = \frac{1}{L}(\dot{X} - C\dot{P}) \qquad (7)$$

Além disso

$$\sigma = P/A \quad ; \quad \varepsilon = \ln L/L_o \qquad (8)$$

4 — EFEITO DAS DIMENSÕES DOS PROVETES E DA RIGIDEZ DA MAQUINA DE ENSAIO

Suponhamos que o provete se encontra num dado instante t_o num estado definido pelos valores $\sigma(t_o)$ e $\dot{\varepsilon}(t_o)$ e que tem nesse instante as dimensões $L(t_o)$ e $A(t_o)$. Se for dada a lei $X(t)$, é possível, utilizando as eqs. 5, 6, 7 e 8, determinar C, L, P, $\dot{P}$ nesse instante (supõem-se conhecidos C_M e E). Paralelamente é possível calcular os coeficientes m e γ da eq. 1. A partir desta relação e da eq. 3 podem obter-se os acréscimos $d\varepsilon$, $d\sigma$ e $d\dot{\varepsilon}$ correspondentes a um pequeno intervalo de tempo dt. E assim sucessivamente. Quer dizer, é possível integrar a eq. 1 e obter as curvas de tracção $\sigma(\varepsilon)$ e $\varepsilon(\sigma)$, desde que se conheça a forma das funções m e γ, as condições iniciais, e a lei de movimento $X(t)$ do travessão.

Consideremos agora dois provetes do mesmo material e no mesmo estado inicial, mas com dimensões diferentes, e suponhamos que eles são ensaiados em máquinas diferentes. A questão que se põe é a seguinte: quais as relações que garantem a reprodutibilidade das curvas $\sigma(\varepsilon)$ e $\dot{\varepsilon}(\sigma)$ na parte uniforme da deformação em tracção? Notando que $dP = -\sigma A d\varepsilon + A d\sigma$, é possível escrever a eq. 3 na forma

$$d\varepsilon = \left(1 - C_M \sigma \frac{A}{L} - \frac{\sigma}{E}\right) \frac{\dot{X}}{L} dt - \left(\frac{C_M A}{L} + \frac{1}{E}\right) d\sigma \qquad (9)$$

Esta equação não se altera se $\dot{X}$, L, A e C_M forem substituídos por $l\dot{X}$, lL, aA e $\frac{1}{a} C_M$ onde l e a são quaisquer números positivos. Por outro lado, de acordo com a eq. 1, $d\varepsilon$ é univocamente determinado pelos acréscimos $d\sigma$ e $d\dot{\varepsilon}$ a partir de um dado estado $(\sigma, \dot{\varepsilon})$. Segue-se que as curvas $\sigma(\varepsilon)$ e $\varepsilon(\sigma)$ obtidas para um provete com dimensões iniciais L_o, A_o, ensaiado numa máquina de rigidez C_M e com velocidade $\dot{X}(t)$, serão idênticas às de um outro provete no mesmo estado inicial com dimensões iniciais lL_o, aA_o, ensaiado numa máquina de rigidez $\frac{l}{a} C_M$ e com uma velocidade $l\dot{X}(t)$. Em particular, a velocidade deve ser proporcional ao comprimento inicial. Sempre que estas relações não forem verificadas, haverá diferenças entre as propriedades medidas, na deformação uniforme, em ensaios de tracção realizados com provetes de diferentes dimensões ou em máquinas diferentes, mesmo que as velocidades sejam proporcionais ao comprimento inicial. No caso particular de se utilizar sempre a mesma máquina, a reprodutibilidade obriga a que $\frac{l}{a} = 1$, ou seja, deve manter-se constante a relação L_o/A_o. É de notar que todas as normas de ensaios de tracção recomendam uma relação $L_o/\sqrt{A_o}$ constante (em vez de L_o/A_o constante) o que garante a reprodutibilidade dos valores da extensão após a rotura (a chamada lei de Barba **[14]**). Segue-se que nessas condições, não haverá reprodutibilidade das propriedades relativas à parte homogénea da deformação. No entanto, resultados obtidos **[15]** simulando os ensaios de tracção com um computador (integrando a eq. 1 da maneira delineada no início desta secção) mostram que para os materiais metálicos (para os quais são aplicáveis os valores da Tabela 1) as variações de uma dada propriedade são pequenas dentro da gama de valores de L_o/A_o e de C_M geralmente utilizáveis, desde que, evidentemente, a velocidade do travessão seja proporcional ao comprimento inicial. Nas secções seguintes iremos pois estudar sobretudo o efeito da velocidade do ensaio nas propriedades medidas em tracção.

5 — TENSÃO DE CEDÊNCIA

Na prática utilizam-se diversas definições de tensão de cedência ou limite elástico, R_e. Notemos que é legítimo, para esta propriedade, identificar a tensão nominal (P/A_o) e a tensão real (P/A), dada a pequena deformação sofrida até à cedência.

Vamos admitir que até ao ponto de cedência $\dot{\varepsilon} = 0$ (o que não é rigorosamente verdadeiro) e que após a cedência a velocidade de alongamento plástico é $\dot{L} \simeq \dot{X}$, o que equivale a admitir que nessa fase é $C\dot{P} \ll \dot{X}$, ou, o que é o mesmo, que o declive da curva P(t) diminui fortemente na cedência, passando de $\dot{X}/C$ a um valor desprezável em face de $\dot{X}/C$. Pode então afirmar-se que a tensão R_e é a tensão real para a qual o provete, no estado inicial, se deforma com a velocidade de extensão $\dot{\varepsilon} = \dot{X}/L_o$ imposta no ensaio. Nestas condições, o efeito de $\dot{\varepsilon}$ sobre R_e pode obter-se da eq. 1 fazendo $d\varepsilon = 0$. Obtem-se

$$\frac{d\ln R_e}{d\ln \dot{\varepsilon}} = m_o \qquad (10)$$

onde, evidentemente, o valor de $m = m_o$ é o correspondente ao estado inicial. Desprezando a variação de m_o com $\dot{\varepsilon}$ pode escrever-se

$$R_e \propto \dot{\varepsilon}^{m_o} \quad . \tag{11}$$

A tensão de cedência aumenta com a velocidade de extensão (e portanto com a velocidade do ensaio), podendo ainda ser ligeiramente afectada pela geometria do provete e pela rigidez da máquina de ensaio, tal como se referiu na secção 4.

6 — RELAÇÕES NO PONTO DE CARGA MÁXIMA

No ponto de carga máxima ($\dot{P} = 0$) é $\dot{L} = \dot{X}$ e

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{X}}{L} \tag{12}$$

Por outro lado, tem-se a conhecida relação

$$d\varepsilon = d\ln\sigma \tag{13}$$

que se pode obter tendo em conta que no ponto de carga máxima $dP = d(\sigma A) = 0$, e que $d\varepsilon = \frac{dL}{L} = -\frac{dA}{A}$, dado que o volume praticamente não varia durante a deformação plástica

Por consequência, no ponto de carga máxima (P. C. M.) tem-se

$$\frac{d\ln\dot{\varepsilon}}{d\ln\sigma} = \frac{\frac{d\dot{\varepsilon}}{dt}\,\frac{1}{\dot{\varepsilon}}}{\frac{d\ln\sigma}{dt}} = \frac{d\dot{\varepsilon}}{dt}\cdot\frac{1}{\varepsilon^2} \tag{14}$$

A partir da eq. 7 tira-se

$$\frac{d\dot{\varepsilon}}{dt} = \frac{1}{L}(\ddot{X} - C\ddot{P}) - \frac{\dot{L}\dot{X}}{L^2} \quad . \tag{15}$$

Substituindo em (14) e atendendo a (12) obtém-se

$$\frac{d\ln\dot{\varepsilon}}{d\ln\sigma} = \frac{(\ddot{X} - C\ddot{P})\,L}{\dot{X}^2} - 1 \tag{16}$$

no P. C. M.

Combinando as eqs. (1) e (13) conclui-se que, no P. C. M. é

$$\frac{d\ln\dot{\varepsilon}}{d\ln\sigma} = \frac{1-\gamma}{m} \tag{17}$$

De (16) e (17) obtém-se finalmente

$$\frac{1-\gamma}{m} = \frac{(\ddot{X} - C\ddot{P})\,L}{\dot{X}^2} - 1 \tag{18}$$

que é a relação geral que permite obter σ em função de $\dot{\varepsilon}$ no ponto de carga máxima. A eq. (18) mostra que σ_m (valor da tensão real no ponto de carga máxima) é função de $\dot{\varepsilon}$ (e portanto da velocidade do travessão $\dot{X}$) e de A_o, L_o e C_M (cf. eq. 5)

Em geral, as máquinas mais aperfeiçoadas permitem manter uma velocidade $\dot{X}$ constante durante o ensaio (*) Vamos admitir que $\ddot{X} = 0$, ou pelo menos que $\frac{L|\ddot{X}|}{\dot{X}^2} \ll 1$. Além disso, na maioria dos casos correntes na prática, as máquinas são relativamente rígidas e o valor de $-C\ddot{P}L/\dot{X}^2$ é também muito pequeno em relação à unidade. Este valor pode ser facilmente estimado em cada ensaio se se dispuser da curva (P(t) e se conhecer a rigidez da máquina. Dentro desta aproximação podemos escrever que no P. C. M. é

$$\gamma = 1 + m \quad . \tag{19}$$

Conforme se referiu na secção 2 (Tabela 1), para os metais e ligas correntes verifica-se sempre que $m \ll 1$ (tipicamente $m \simeq 0{,}01$ a $0{,}1$). Uma excepção que deve ser referida são as ligas super-plásticas, para as quais m poderá ter valores superiores a 0,3 **[16]**. Pondo de parte estes casos, podemos escrever que no ponto de carga máxima a tensão real σ_m e a velocidade de extensão $\dot{\varepsilon}$ estão relacionadas pela equação

$$\gamma(\sigma_m, \dot{\varepsilon}) = 1 \quad . \tag{20}$$

É este resultado que nos vai permitir estudar o efeito da velocidade de deformação na tensão de rotura e na extensão até ao ponto de carga máxima

7 — TENSÃO DE ROTURA E EXTENSÃO ATÉ À CARGA MÁXIMA

A tensão de rotura R_m é a tensão nominal correspondente ao ponto de carga máxima. Tem-se a relação

$$R_m = \sigma_m \frac{A}{A_o} = \sigma_m \exp(-\varepsilon_m) \tag{21}$$

onde ε_m é a extensão até à carga máxima. Repare-se que o valor(σ_m) de σ que satisfaz a condição (20) é até certo ponto, independente do estado inicial do provete; mais precisamente, σ_m é independente do grau

* Há máquinas que permitem fazer ensaios com $\dot{\varepsilon}$ constante, isto é, a velocidade do travessão é variada de modo a compensar o alongamento do provete. Neste caso, a eq. 17 permite concluir que no ponto de carga máxima é $\gamma = 1$.

de encruamento no estado inicial. Quer dizer, se vários provetes de um mesmo metal, num mesmo estado, forem deformados em tracção com alongamentos diferentes e depois forem realizados novos ensaios de tracção de provetes do material no estado obtido após a primeira deformação o σ_m obtido será o mesmo para todos os provetes, mas os R_m serão diferentes. É esta dependência do estado inicial que torna a tensão de rotura uma propriedade mais útil, sob o ponto de vista das especificações, do que σ_m (embora, sob outros aspectos, o emprego da tensão real seja mais conveniente do que o da tensão nominal).

Para estudar o efeito da velocidade de deformação no valor de R_m torna-se necessário conhecer a forma da função $\gamma(\sigma, \varepsilon)$. Recorrendo à eq. 2, e fazendo $\gamma = 1$, obtém-se

$$\sigma_m = B\dot{\varepsilon}^{\mu} \quad . \tag{22}$$

As eqs. 21 e 22 mostram que R_m depende, em geral, da velocidade com que se realiza o ensaio (e também das dimensões do provete e da rigidez da máquina, pelas razões referidas na secção 4).

Embora $\dot{\varepsilon}$ não seja, em regra, constante durante um ensaio (realizado, por exemplo, com $\dot{X}$ constante) iremos admitir em seguida que entre a tensão de cedência e o P. C. M. $\dot{\varepsilon}$ é constante. Isto é legítimo quando se pretendem comparar velocidades de deformação muito diferentes, por exemplo variando de factores 10 a 10^4, e portanto muito maiores que os factores correspondentes a variações durante um mesmo ensaio. Admitindo então que, entre a cedência e o ponto de carga máxima, a deformação é a $\dot{\varepsilon}$ constante tem-se (eqs. 1 e 2)

$$d\ln\sigma = \left(\frac{B\dot{\varepsilon}^{\mu}}{\sigma}\right)^{1/\lambda} \cdot d\varepsilon \quad . \tag{23}$$

Integrando entre R_e e σ_m obtém-se

$$\varepsilon_m = \lambda\left[1-\left(\frac{R_e}{\sigma_m}\right)^{1/\lambda}\right] = \lambda\left[1 - a\,\dot{\varepsilon}^{(m_o-\mu)/\lambda}\right] \tag{24}$$

onde a é uma constante positiva (cf. eqs. 10 e 21).

As equações 21 e 24 permitem estudar o efeito de $\dot{\varepsilon}$ sobre R_m e ε_m, tendo em conta os valores de m_o, μ e λ para os metais e ligas correntes (ver Tabela 1). Atendendo à forma da eq. 24 é de prever que ε_m seja fracamente dependente de $\dot{\varepsilon}$, aumentando quando $\dot{\varepsilon}$ aumenta se $m_o < \mu$, e diminuindo se $m_o > \mu$. Se $(R_e/R_m)^{1/\lambda} \ll 1$, o que acontece frequentemente, então $\varepsilon_m \simeq \lambda$. Por outro lado, a tensão de rotura deve aumentar sempre quando $\dot{\varepsilon}$ aumenta, dada a forma da eq. 21. É o que se verifica experimentalmente, por exemplo **[14, 17]**.

Por último, a relação R_m/R_e pode tirar-se das eqs. 11, 21 e 24, obtendo-se

$$\ln\frac{R_m}{R_e} = c + (\mu - m_o)\ln\dot{\varepsilon} - \lambda\left[1 - a\dot{\varepsilon}^{(m_o-\mu)/\lambda}\right] \tag{25}$$

onde c é uma constante positiva. Se $\mu = m_o$, R_m/R_e será independente de $\dot{\varepsilon}$. Nos outros casos não se podem tirar conclusões gerais simples sobre o efeito de $\dot{\varepsilon}$, podendo inclusivamente acontecer que R_m/R_e apresente um máximo ou mínimo para um certo valor de $\dot{\varepsilon}$. No entanto, se se puder desprezar o efeito de $\dot{\varepsilon}$ em ε_m pode concluir-se que R_m/R_e cresce com $\dot{\varepsilon}$ se $m_o < \mu$ e decresce se $m_o > \mu$. Ora, em geral, $m_o > \mu$ e portanto R_m/R_e diminui quando $\dot{\varepsilon}$ aumenta, o que está de acordo com os resultados experimentais (p. ex. **[17]**).

3 — CARACTERIZAÇÃO DO ESTADO MECÂNICO DE UM MATERIAL

Como vimos, a carga de rotura e a extensão até à carga máxima são propriedades características do estado inicial do material (ao contrário de σ_m). Uma outra forma de caracterizar o estado inicial do material consiste em comparar esse estado com um estado de referência, por exemplo, o estado totalmente recozido com um dado tamanho de grão. Para este estado tem-se

$$R_m^* = \sigma_m \exp(-\varepsilon_m^*) \tag{26}$$

Para outro estado qualquer, para o qual se escreve a relação (20), pode definir-se uma extensão equivalente em tracção tal que

$$\frac{R_m}{R_m^*} = \exp(\varepsilon_{eq}) \tag{27}$$

onde

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_m^* - \varepsilon_m \tag{28}$$

representa a quantidade de deformação em tracção, a partir do estado de referência, que produziria um estado com o mesmo grau de encruamento que o desse estado inicial. É fácil obter a seguinte expressão

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\lambda R_e^{*1/\lambda}}{\left(B\dot{\varepsilon}^{\mu}\right)^{1/\lambda}}\left[\left(\frac{R_e}{R_e^*}\right)^{1/\lambda} - 1\right] \tag{29}$$

a qual mostra que ε_{eq} é, em geral, função de $\dot{\varepsilon}$, e sugere (embora não prove) que o ε_{eq} correspondente a um mesmo grau de encruamento será tanto maior quanto menor a velocidade de deformação (cf. **[10]**).

CONCLUSÕES

Os resultados que se obtêm num ensaio de tracção e, em particular, as propriedades mais correntemente medidas, como a tensão de cedência e a tensão de rotura, são afectadas em maior ou menor grau por diversos parâmetros, como sejam as dimensões dos provetes, a rigidez da máquina de ensaio e, principalmente, a velocidade do ensaio. Com base na equação reológica (1) da deformação plástica em tracção, estudou-se o efeito desses parâmetros e procurou dar-se um significado preciso àquelas propriedades. Os resultados obtidos podem ser sintetizados nas seguintes conclusões:

1 — A tensão de cedência R_e pode ser considerada como a tensão para a qual o metal, no estado inicial, se deforma plasticamente com a velocidade de extensão $\dot{\varepsilon} = \dot{X}/L_o$ imposta no ensaio. O efeito de $\dot{\varepsilon}$ em R_e é dado pela eq. 11 e depende da sensibilidade à velocidade de extensão, m_o. Para os valores típicos de m_o nos metais (ver Tabela 1) um aumento de 10^3 na velocidade do ensaio origina uma variação de R_e de um factor entre 1,07 e 1,41.

2 — A tensão de rotura é, com boa aproximação, a tensão nominal no ponto definido por $\gamma(\sigma, \dot{\varepsilon}) = 1$. A tensão de rotura é afectada pela velocidade do ensaio (eqs. 21, 22 e 24), e, para os valores típicos de μ, um aumento de 10^3 em $\dot{\varepsilon}$ origina uma variação de R_m de um factor entre 1,04 e 1,15.

3 — Dado que, em geral, $\mu < m_o$, o cociente R_m/R_e diminui quando a velocidade de deformação aumenta.

4 — A extensão ε_m até ao ponto de carga máxima é praticamente independente de $\dot{\varepsilon}$ (eq. 24) e constitui um bom índice da ductilidade do material.

5 — As curvas $\sigma(\varepsilon)$ e $\dot{\varepsilon}(\sigma)$ relativas à tracção de dois provetes de dimensões diferentes, no mesmo estado inicial, e ensaiados na mesma máquina, só são reprodutíveis (na parte homogénea da deformação) se, para além de as velocidades de ensaio serem proporcionais aos comprimentos iniciais, for constante a relação L_o/A_o entre o comprimento e a área inicial. No entanto, o efeito das dimensões é pequeno comparado com o efeito de $\dot{\varepsilon}$.

6 — A tensão de rotura e a tensão de cedência são propriedades que caracterizam o estado inicial do provete, ao contrário da tensão real no ponto de carga máxima. Uma outra forma de caracterizar o estado inicial consiste em indicar a extensão equivalente ε_{eq} que deve sofrer o material, a partir do estado totalmente recozido, a fim de o colocar nesse estado inicial.

Em face destas conclusões pode afirmar-se que a velocidade do ensaio é a variável que mais influencia as propriedades determinadas no ensaio de tracção. A velocidade do travessão deve ser proporcional ao comprimento inicial, a fim de que haja reprodutibilidade dos valores obtidos nos ensaios. As dimensões dos provetes, em particular a relação L_o/A_o, e a rigidez da máquina de ensaio afectam em menor grau os resultados. Quando se pretendem comparar as propriedades relativas à parte homogénea do ensaio deve providenciar-se de modo a que L_o/A_o seja sempre o mesmo. Se se pretende medir também o alongamento após a rotura deve manter-se constante o cociente $L_o/\sqrt{A_o}$; as diferenças que resultarão nos valores de R_e e R_m serão, em geral, pequenas, desde que a velocidade do ensaio seja proporcional a L_o.

AGRADECIMENTOS

O trabalho que esteve na origem deste artigo foi efectuado no âmbito de um dos projectos do Grupo de Metalurgia do Laboratório de Física e Engenharia Nucleares.

Agradecemos ao Prof. A. de Pádua Loureiro, que fez uma leitura crítica deste artigo.

REFERÊNCIAS

[1] **Hart, E. W.** — Acta Met. **18**, 599 (1970).

[2] **Fortes, M. A.** — Int. J. of Mechanical Scs. **19**, 483 (1977).

[3] **Matlock, D. K.; Harrigan, W. C.** and **Nix, W. D.** — Acta Met. **20**, 661 (1972).

[4] **Hart, E. W.** and **Solomon, H. D.** — Acta Met. **21**, 295 (1973).

[5] **Yamada, H.** and **Che-Yu-Li** — Met. Trans. **4**, 2133 (1973).

[6] **Yamada, H.** and **Che-Yu-Li** — Acta Met. **22**, 249 (1974).

[7] **Wire, G. L.; Ellis, F. V.** and **Che-Yu-Li** — Acta Met. **24**, 677.

[8] **Hedworth, J.** and **Stowell, M. J.** — J. Mater. Sci. **6**, 1061 (1971).

[9] **Bocek, M.** — Mater. Sci. Eng. **17**, 31 (1975).

[10] **Fortes, M. A.** — Scripta Met. **11**, 95 (1977).

[11] **Dieter, G. E.** — «Mechanical Metallurgy» (Ed. McGraw-Hill, Kogakusha, 1961), p. 248.

[12] **Lee, D.** and **Hart, E. W.** — Met. Trans. **2**, 1245 (1971).

[13] **Fortes, M. A.** and **Proença, J.** — J. Testing and Evaluation, **4**, 248 (1976).

[14] **Colombier, L.** — «Le Contrôle de la Fabrication et de la Qualité en Metalurgie» (Ed. de la Revue de Metallurgie, 1964), p. 118.

[15] **Batista, A.** e **Fortes, M. A.** — J. Testing and Evaluation, **7**, 254 (1979).

[16] **Guy, A. G.** and **Hren, J. J.** — «Elements of Physical Metallurgy», (Ed. Addison-Wesley, 1974), p. 138.

[17] **Bensimon, R.** — «Les Matériaux Métalliques» — Tome II (Ed. Pyc, Paris, 1970), p. 54-56.

O consórcio Brown Boveri na distribuição de energia

O disjuntor é um elemento base na distribuição de energia eléctrica

O nosso programa de fornecimento compreende:

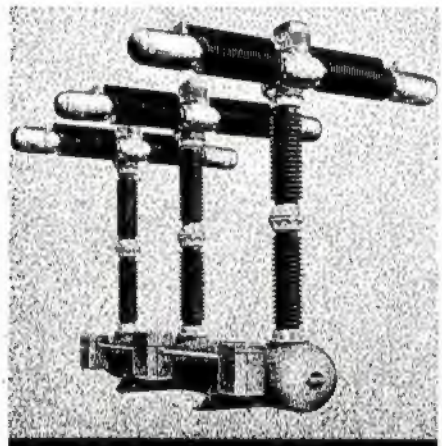
- **Disjuntores pneumáticos**
- **Disjuntores de pequeno volume de óleo**
- **Disjuntores SF_6**

Planificamos e construimos instalações exteriores e interiores para todas as tensões até 765 kV

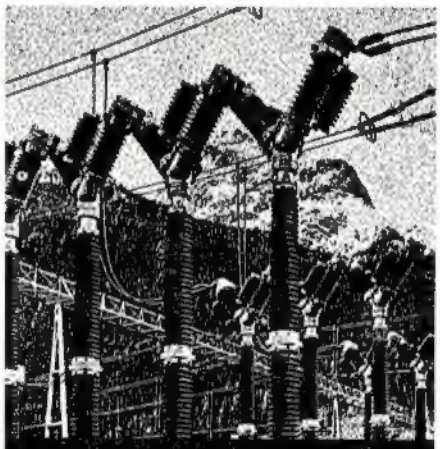
Os disjuntores BBC respondem a todas as exigências de serviço

Condicionamentos técnicos, de serviço e económicos estão na base da escolha de um dos três sistemas de extinção do arco eléctrico

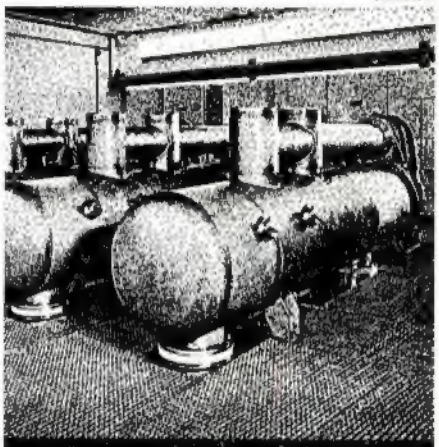
Com prazer resolvemos o vosso problema



Disjuntores pneumáticos



Disjuntores de pequeno volume de óleo



Disjuntores SF_6

Sociedade de Electricidade Brown Boveri, Lda.
Rua de Sá da Bandeira, 481 – 2º Dto. – PORTO

BBC
BROWN BOVERI

Propriedades de transporte de gases diluídos*

A. F. SILVA JOÃO **
A. M. MELO ARRUDA **
C. A. NIETO DE CASTRO
Departamento de Química Física
Instituto Superior Técnico

RESUMO

Faz-se uma introdução à teoria de CHAPMAN-ENSKOG para gases a baixa pressão, aplicando-a ao estudo da viscosidade, da condutibilidade térmica e do coeficiente de autodifusão de moléculas simples (Kr, N_2, CH_4) e ao coeficiente de difusão mútua duma mistura de Ar-Kr. Esta aplicação requerou o cálculo dos parâmetros moleculares ε e σ para os vários gases, inerentes a três modelos de potencial intermolecular, os modelos de Lennard-Jones 6-12, Dymond-Alder e de Kihara, o que foi efectuado pelo método das rectas isotérmicas e dos estados correspondentes. Faz-se uma discussão da validade dos métodos aplicados para a previsão das propriedades de transporte dos gases diluídos, comparando-se os parâmetros obtidos com os obtidos pelas técnicas de inversão e de ajuste a várias propriedades.

ABSTRACT

This paper presents an introduction to the CHAPMAN-ENSKOG theory of dilute gases, and an application of it to the study of viscosity, thermal conductivity and self diffusion of simple molecules (Kr, N_2, CH_4) and to the mutual diffusion coefficient of the Ar-Kr mixture. The estimation of the intermolecular potential constants ε and σ has been made for the several gases, using the Lennard-Jones, Dymond-Alder and Kihara models, and two methods, the isotherms method and the corresponding states principle one. A discussion of the application of this theory to the prevision of transport properties of dilute gases is also made, followed by a comparison of the molecular paramethers obtained with those obtained by inversion techniques or fitting procedures.

1. INTRODUÇÃO

O problema do cálculo das propriedades de transporte de gases monoatómicos diluídos a partir das propriedades moleculares (forças intermoleculares) foi completamente resolvido por ENSKOG a partir de 1911 **[1-2]** e apresentado de uma forma sistemática por CHAPMAN e COWLING **[3]**.

As expressões finais relacionam as propriedades de transporte (coeficientes de difusão, viscosidade, condutividade e difusão térmica) com funções que traduzem a dinâmica das colisões binárias — integrais de colisão — e que dependem do potencial intermolecular. Se este potencial $\phi(r)$ for conhecido, podem calcular-se os valores das propriedades de transporte, ou alternadamente, podem utilizar-se os dados experimentais dos coeficientes de transporte para obter as constantes moleculares do potencial, correspondente a um dado modelo de interacção.

O conhecimento do potencial intermolecular para os gases raros teve um desenvolvimento bastante grande nos últimos anos, seja devido à obtenção de valores precisos de propriedades (coeficiente de virial, viscosidade, condutibilidade térmica, experiências de feixes moleculares), seja devido ao desenvolvimento de técnicas de inversão, que permitem obter $\phi(r)$ a partir dessas propriedades, por SMITH et al **[4-7]**.

A extensão da teoria de Chapman-Enskog a moléculas poliatómicas foi feita por MASON e MONCHICK **[8]** prevendo a possibilidade de permuta de energia translacional com os modos de energia vibracional e rotacional.

No caso dos coeficientes de viscosidade e de autodifusão, a teoria dos gases monoatómicos dá bons resultados para as moléculas poliatómicas, embora para a condutibilidade térmica se torne necessário utilizar a teoria sofisticada.

---

* Baseado no trabalho realizado por A. F. Silva João, A. M. Melo Arruda, Maria Georgina J. Pimenta e L. C. Guerra na cadeira de Termodinâmica Química II, no ano de 1975.

** Engenheiros Químicos do I. S. T.

* **Manuscrito recebido para publicação em 12/12/77.**

No presente trabalho aplica-se a teoria de Chapman--Enskog à determinação de constantes do potencial molecular para vários modelos (Lennard-Jones, Kihara e Dymond-Alder), destacando-se a validade destes modelos em traduzir os valores experimentais da viscosidade do cripton, do azoto e do metano, a condutibilidade térmica do cripton num grande intervalo de temperaturas (100-1200 K), do seu coeficiente de autodifusão e do coeficiente de difusão para a mistura equimolar argon--cripton.

2. EQUAÇÕES PARA AS PROPRIEDADES DE TRANSPORTE

As hipóteses básicas da teoria de CHAPMAN-ENSKOG são:

a) As colisões entre as moléculas são apenas binárias, podendo ser estudadas usando a mecânica clássica.
b) A moléculas são monoatómicas.
c) Não existe qualquer correlação entre as posições e os momentos das moléculas antes e depois do choque — caos molecular.
d) Durante a colisão não existem variações da energia electrónica da molécula.

As equações a que chegaram foram:

$$\eta = \frac{5}{16} \frac{(\pi mkT)^{1/2}}{\pi \sigma^2 \Omega^{(2,2)*}} f_\eta \qquad (1)$$

$$\lambda = \frac{25}{32} \frac{(\pi mkT)^{1/2}}{\pi \sigma^2 \Omega^{(2,2)*}} \frac{Cv}{M} f_\lambda \qquad (2)$$

$$D = \frac{3}{8} \frac{(\pi mkT)^{1/2}}{\pi \sigma^2 \Omega^{(1,1)*} \rho} f_D \qquad (3)$$

em que η, λ e D são, respectivamente os coeficientes de viscosidade, condutividade térmica e de autodifusão do gás, ρ a sua densidade, m a massa de uma molécula, T a temperatura, Cv/M o calor específico a volume constante. As funções $\Omega^{(1,1)*}$ são os integrais de colisão que pretendem reflectir a influência de $\phi(r)$ na dinâmica de colisão. A constante σ é um parâmetro de distância, sendo o potencial intermolecular ϕ/ε uma função universal da distância reduzida e de outros parâmetros adimensionais, a_i.

$$\frac{\phi}{\varepsilon} = F\left(\frac{r}{\sigma}, a_1, a_2 \ldots\right) \qquad (4)$$

Os coeficientes f_λ, f_η e f_D são praticamente unitários a menos de 1 a 2 %, com pequena dependência da temperatura, nomeadamente f_D.

3. MODELOS DE POTENCIAL, CÁULCULO DOS PARÂMETROS MOLECULARES

3.1. Modelos de potencial utilizados

As forças entre as moléculas são devidas a um somatório de componentes atractivas e repulsivas. O valor da energia potencial total Φ é determinado a partir dos vários tipos de interacção característicos das moléculas envolvidas e da distância entre elas.

Dum modo geral, para se abordar qualquer problema, consideram-se as seguintes hipóteses:

a) As energias potenciais intermoleculares são as mesmas que existem entre pares de moléculas isoladas.
b) A energia configuracional dum sistema de várias moléculas — Φ é a soma de todas as interacções de par — aditividade de par.
c) O potencial intermolecular reduzido é apenas função da distância intermolecular reduzida.

O potencial de interacção molecular, $\phi(r)$, encontra-se esquematizado na fig. 1, sendo σ a distância para

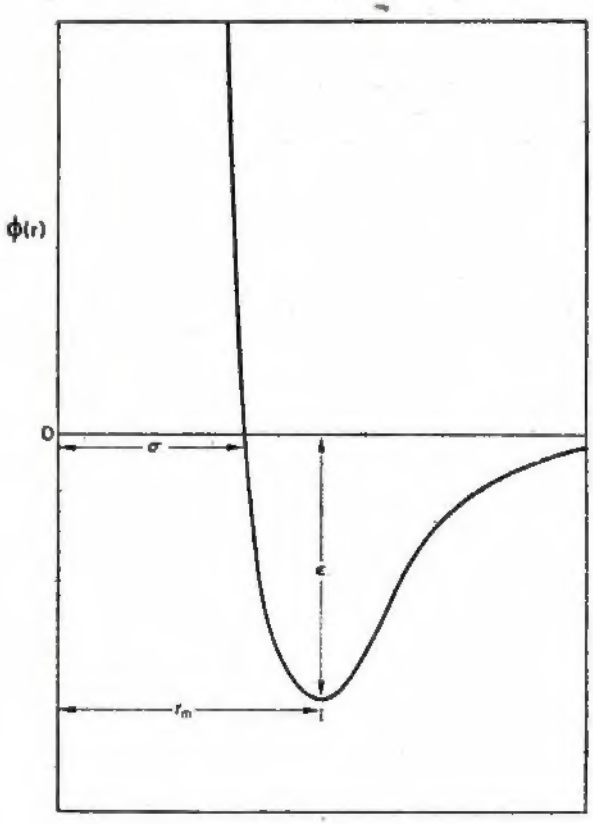


FIG. 1
Potencial intermolecular

a qual $\phi = 0$ e ε o valor do mínimo de potencial. Para $r < \sigma$ predominam as forças repulsivas, provocadas pela interpenetração das nuvens electrónicas (princípio de exclusão de Pauli). Para $\sigma < r < 2\sigma$ existe um balanço entre forças repulsivas e atractivas, sendo a zona do potencial mais difícil de estudar.